Computação Gráfica

Aula 10: Mapeamento de Texturas

Introdução teórica

Superfícies parametrizadas

Superfícies parametrizadas

Na espetacular disciplina de **Matemática Multivariada**, vocês estudaram as curvas e superfícies parametrizadas. Vamos relembrar um pouco desse assunto, que servirá como base teórica para o estudo do mapeamento de texturas.

Curva parametrizada

Relacionando cada número real t a um ponto do espaço definido pela terna ordenada $(f(t), g(t), h(t))$, podemos definir uma curva parametrizada. Nesse caso, a variável t é chamada de **parâmetro**.

Vamos ver um exemplo simples para relembrar.

Curva parametrizada

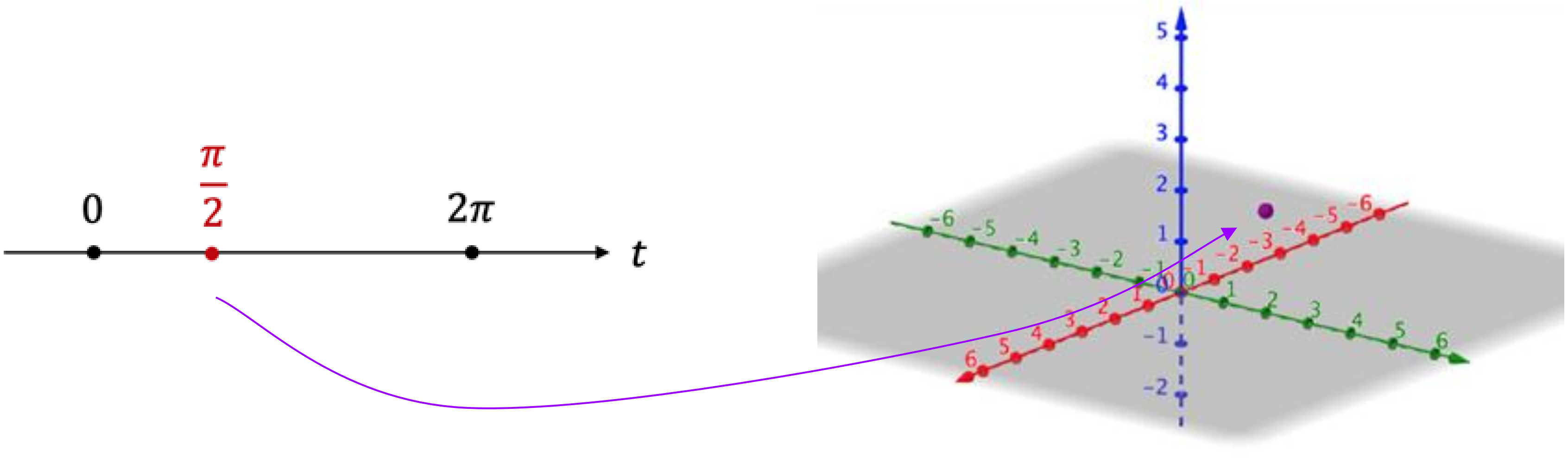
Considere a curva γ definida pela equação:

$$\gamma(t) = (2\cos t\,, 2\,\mathrm{sen}\, t\,, 2 + \mathrm{sen}\, 4t) \qquad t \in [0,2\pi]$$

Você consegue imaginar o formato dessa curva?

Curva parametrizada

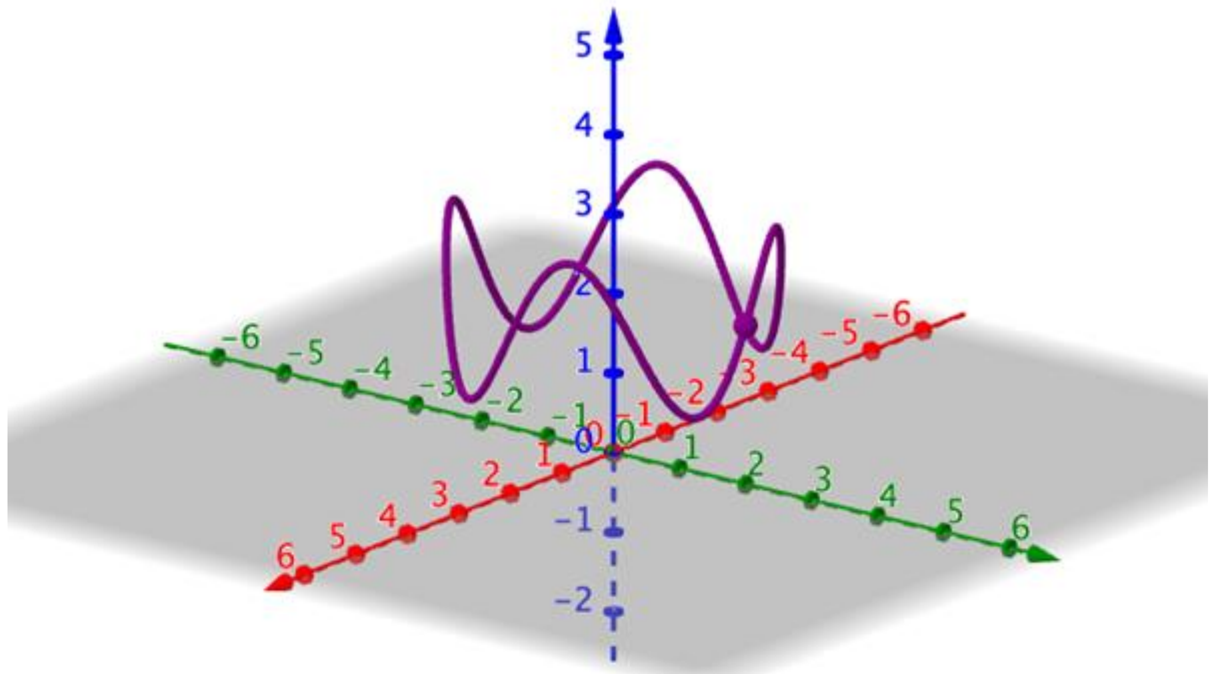
$$\gamma(t) = (2\cos t, 2\,\mathrm{sen}\, t, 2 + \mathrm{sen}\, 4t) \qquad t \in [0, 2\pi]$$



$$\gamma\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(2\cos\frac{\pi}{2}, 2\,\mathrm{sen}\frac{\pi}{2}, 2 + \mathrm{sen}\, 4 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = (0,2,2)$$

Curva parametrizada

$$\gamma(t) = (2\cos t\,, 2\,\mathrm{sen}\,t\,, 2 + \mathrm{sen}\,4t) \qquad t \in [0{,}2\pi]$$



Insper

Superfície parametrizada

Analogamente ao que fizemos para curvas, vamos relacionar cada par ordenado de números reais *(u,v)* a um ponto do espaço definido pela terna ordenada *(f(u,v), g(u,v), h(u,v))*. Com isso, estamos definindo uma **superfície parametrizada**, sendo *u* e *v* os parâmetros.

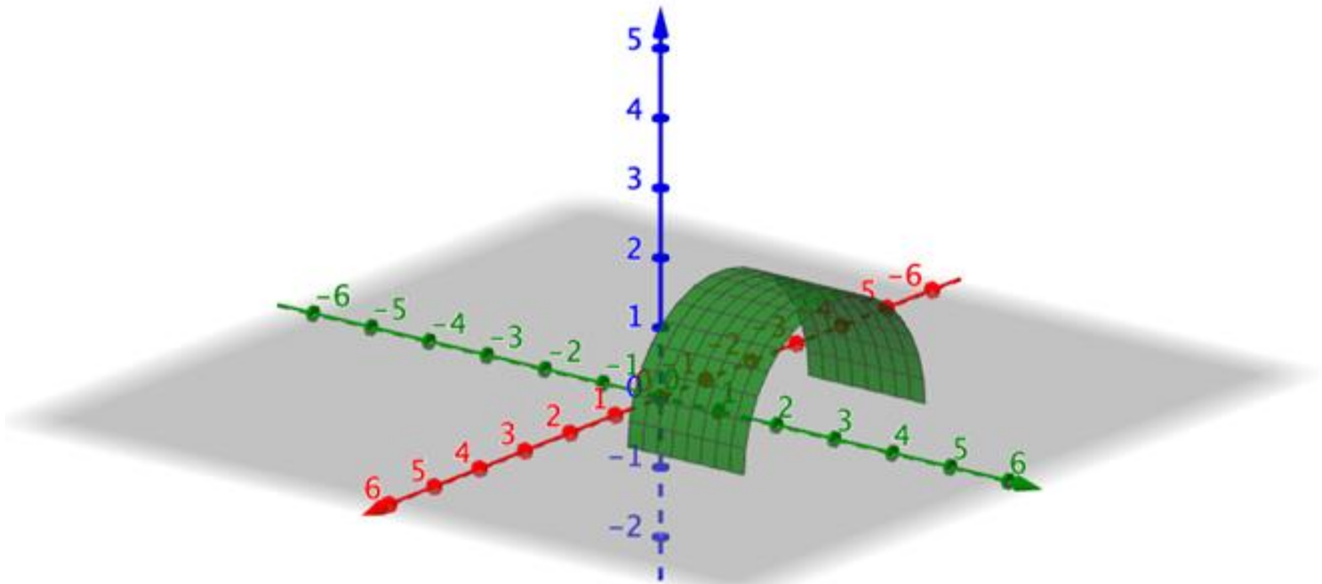
Vamos ver um exemplo.

Insper

Superfície parametrizada

$$r(u,v) = (2\cos u\,, v, 2\,\mathrm{sen}\,u) \qquad u \in [0,\pi]; v \in [1,3]$$

Tente imaginar como seria essa superfície.



Insper

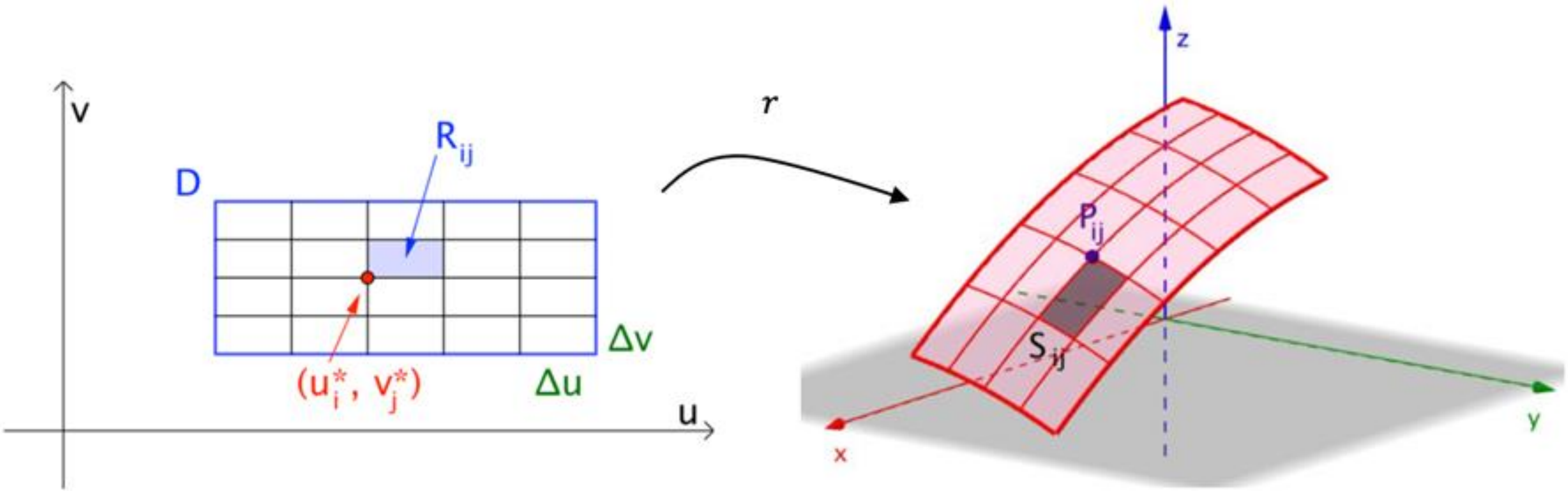
Superfície parametrizada

Observe que, ao definir uma superfície, estamos associando cada ponto *(u,v)* de um plano a um ponto *(x,y,z)* do espaço.

Suponha que o plano seja decomposto em um quadriculado (qualquer semelhança com os *pixels* de uma tela NÃO é mera coincidência).

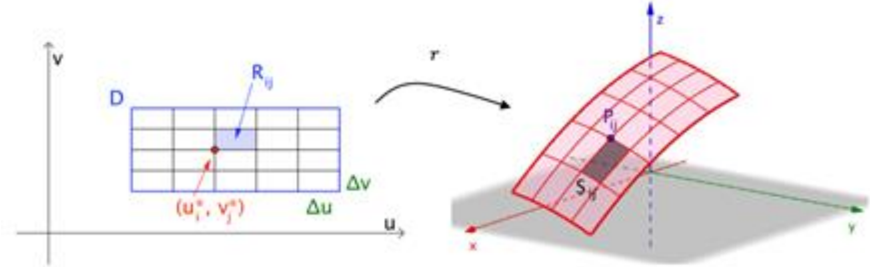
Como esse quadriculado seria visto na superfície?

Superfície parametrizada



Vamos chamar esses "quadrados" que aparecem sobre a superfície de **retalhos**.

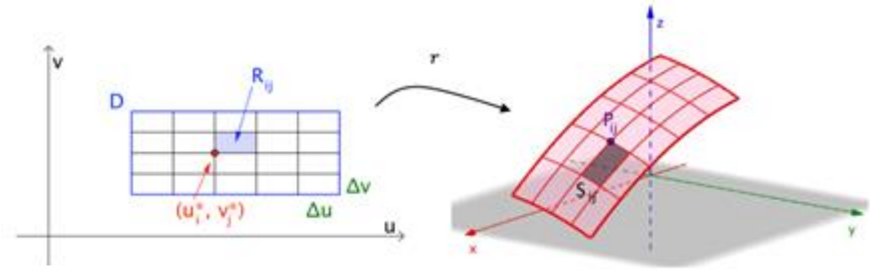
Superfície parametrizada

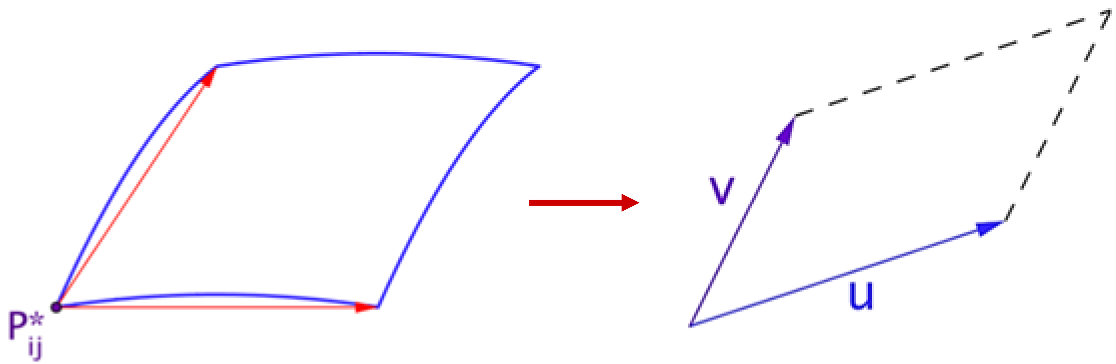


Precisaremos determinar algumas características geométricas dos retalhos a partir dos parâmetros *u* e *v*.

Apesar dos retalhos serem superfícies curvas, podemos aproximá-los por paralelogramos (quanto menores forem os quadrados da nossa malha, melhor será essa aproximação).

Superfície parametrizada



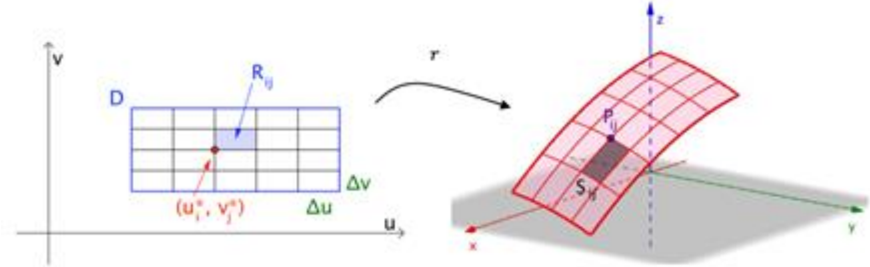


Área do retalho: $A_R \approx ||u \times v||$

Comprimento dos lados do retalho: $L_R \approx ||u|| \;\; \text{e} \;\; ||v||$

Insper

Superfície parametrizada

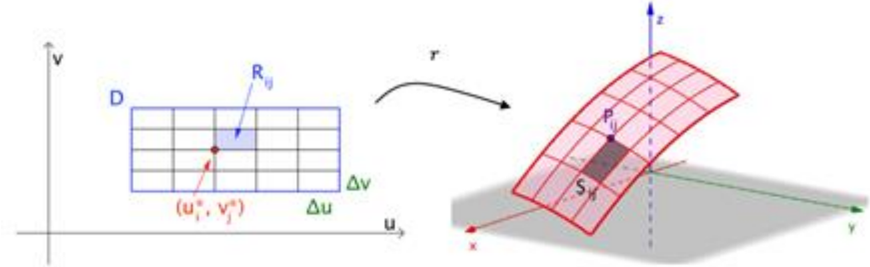


E como determinar os vetores u e v que formam o paralelogramo representativo de cada retalho?

Lembrando das propriedades das derivadas, temos que, para Δx e Δy pequenos, podemos usar as aproximações:

$$\Delta f \approx \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \Delta x \qquad \Delta f \approx \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \Delta y$$

Superfície parametrizada

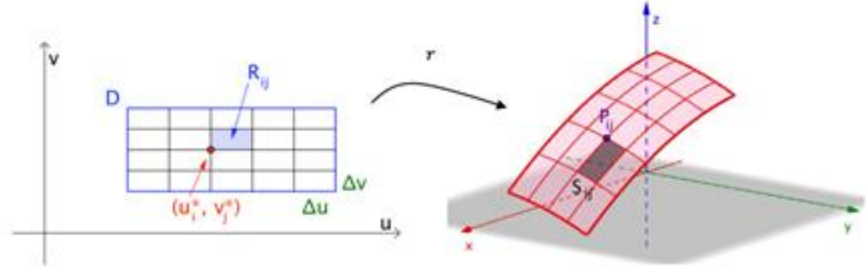


Dessa forma, para construir nosso paralelogramo "aproximador" dos retalhos, tomamos dois vetores tangentes à superfície no ponto P_{ij}, dados por:

$$r_u^* = \frac{\partial r}{\partial u}(u_i^*, v_j^*) \qquad r_v^* = \frac{\partial r}{\partial v}(u_i^*, v_j^*)$$

Insper

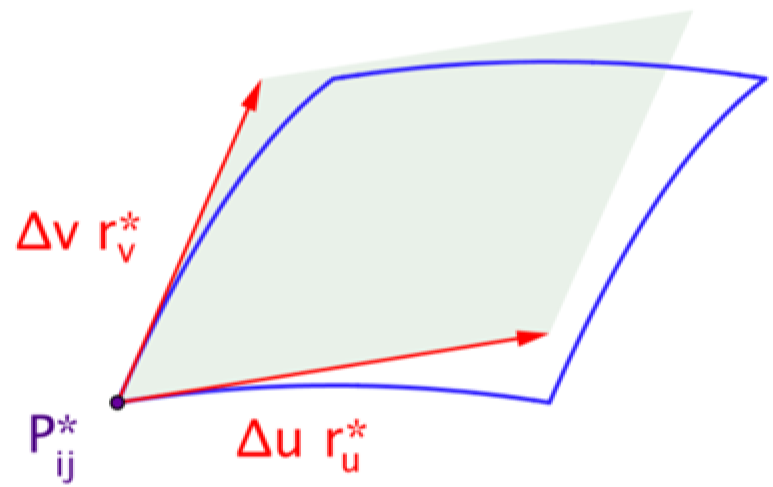
Superfície parametrizada



Multiplicando esses vetores por ***Δ****u* e ***Δ****v*, respectivamente, temos o paralelogramo que aproxima o retalho.

$$r_u^* = \frac{\partial r}{\partial u}(u_i^*, v_j^*)$$

$$r_v^* = \frac{\partial r}{\partial v}(u_i^*, v_j^*)$$



Insper

Aplicando a teoria:

O mapeamento de texturas

Texel

Um **texel** (texture element) é a unidade fundamental de uma textura.

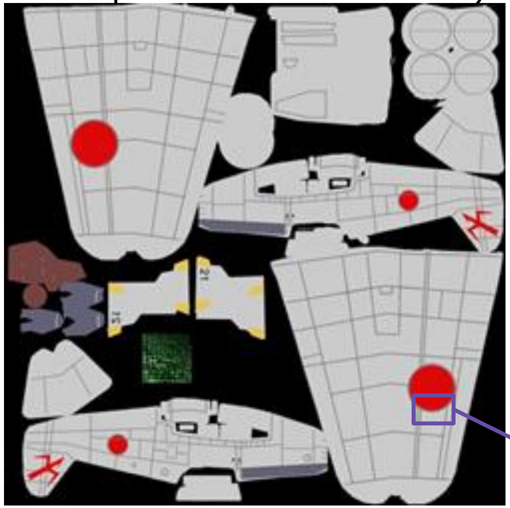
No processo de renderização existe um mapeamento do **texel** para o pixel apropriado na imagem final.

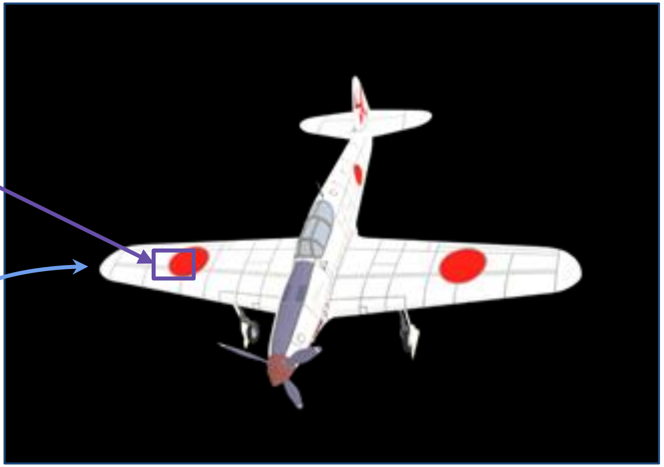
O que é texturizar

Geometria (composta por triângulos)

vértices possuem suas coordenadas no espaço, mas também coordenadas de mapeamento de textura

Textura (originária por exemplo de um JPG ou PNG)



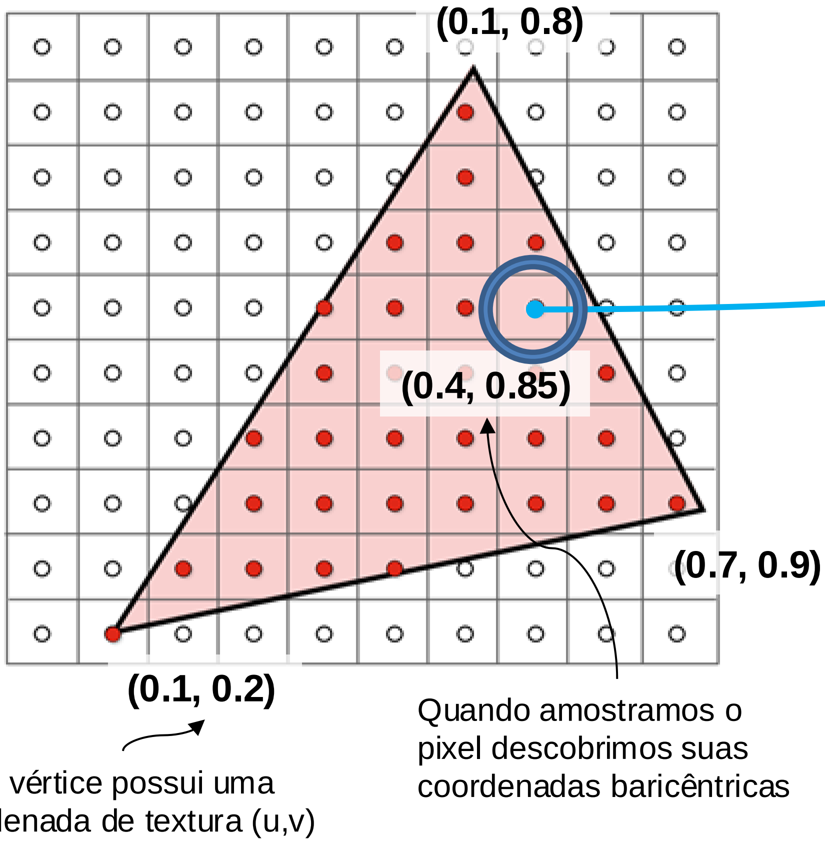


Na renderização, para definir a cor do pixel de um objeto texturizado é necessário identificar e calcular a cor pela textura

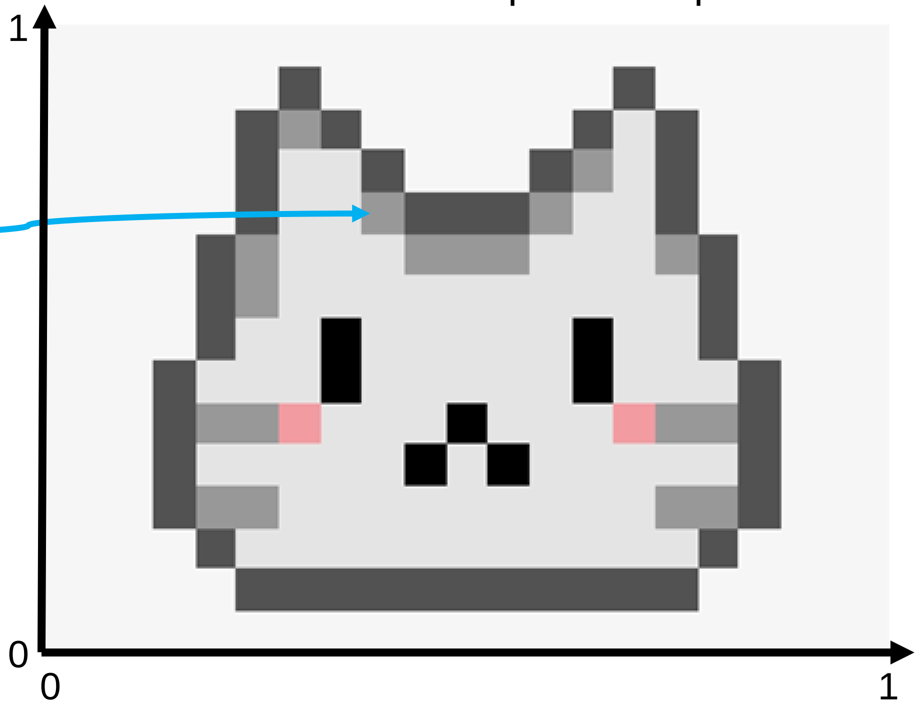
Insper

Amostrando Texturas (pontuais)

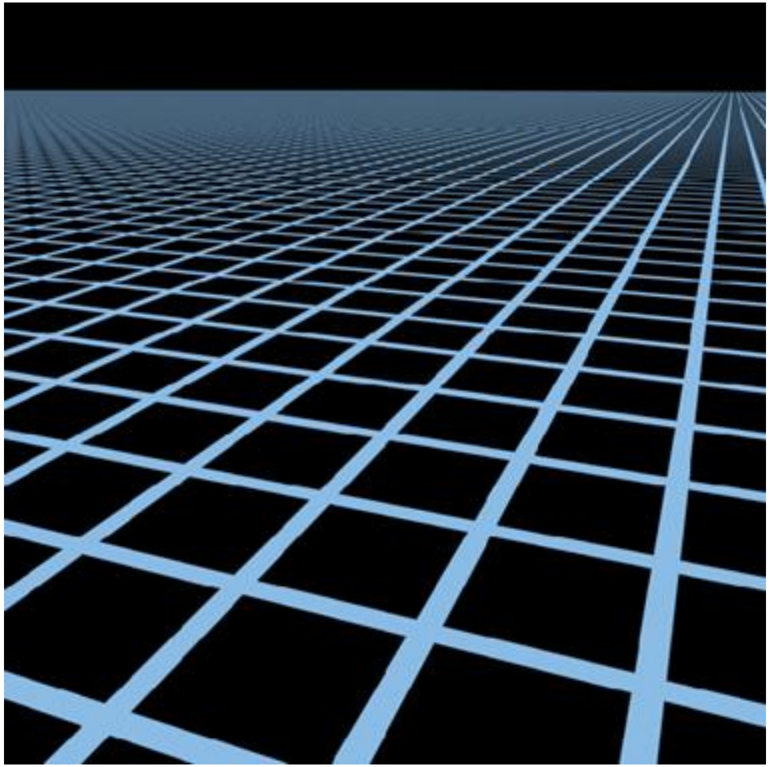
Na rasterização amostramos o pixel



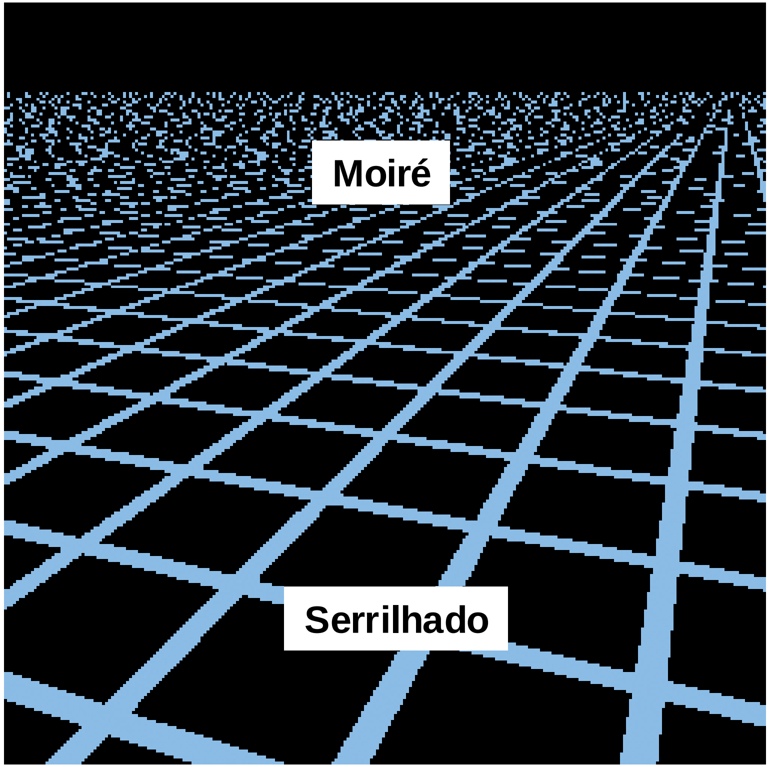
Podemos então descobrir as coordenadas de textura (u, v), selecionar a cor e aplicar no pixel



Amostrando Texturas (pontuais)

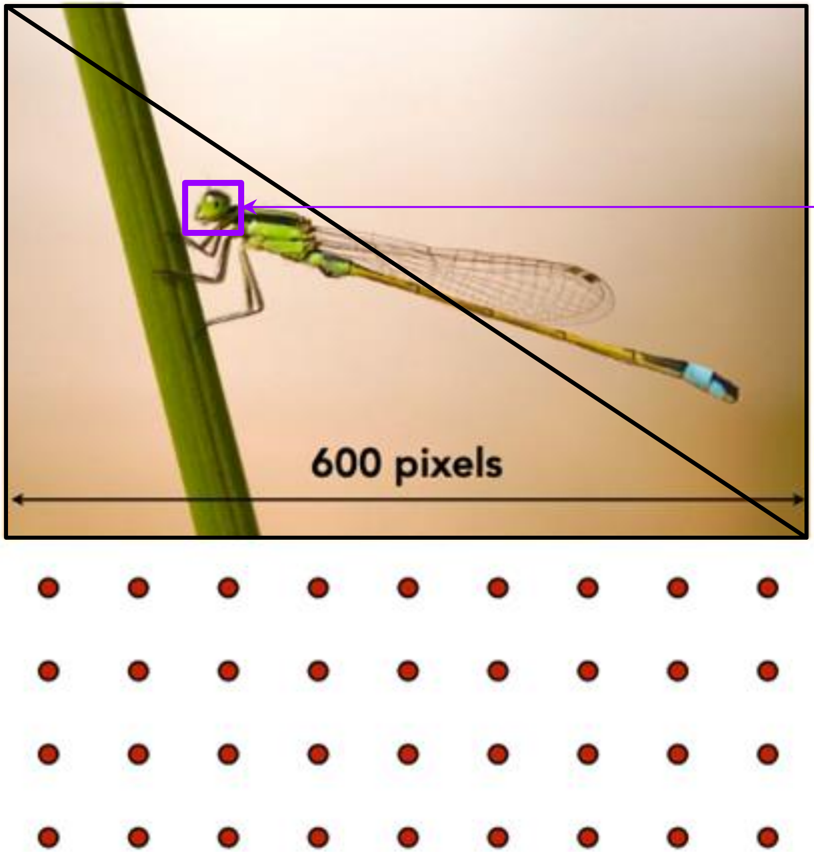


Referência em Alta-resolução
imagem original em 1280x1280 pixels

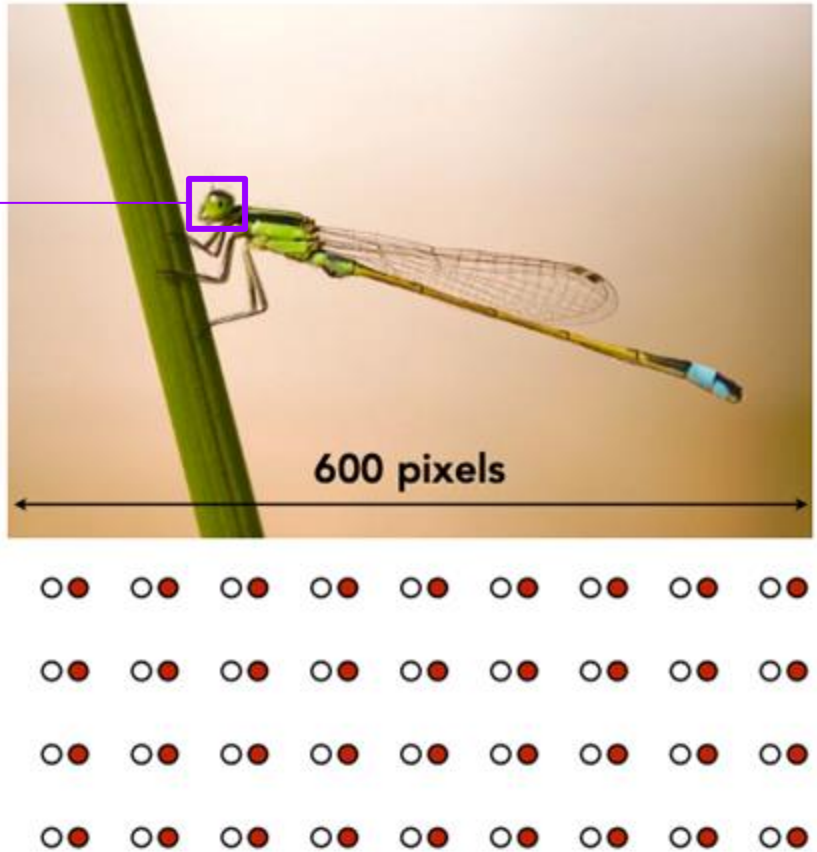


Por amostragem (pontuais)
256x256 pixels

Taxa de Amostras na Tela x na Textura



Espaço da Tela (x,y)



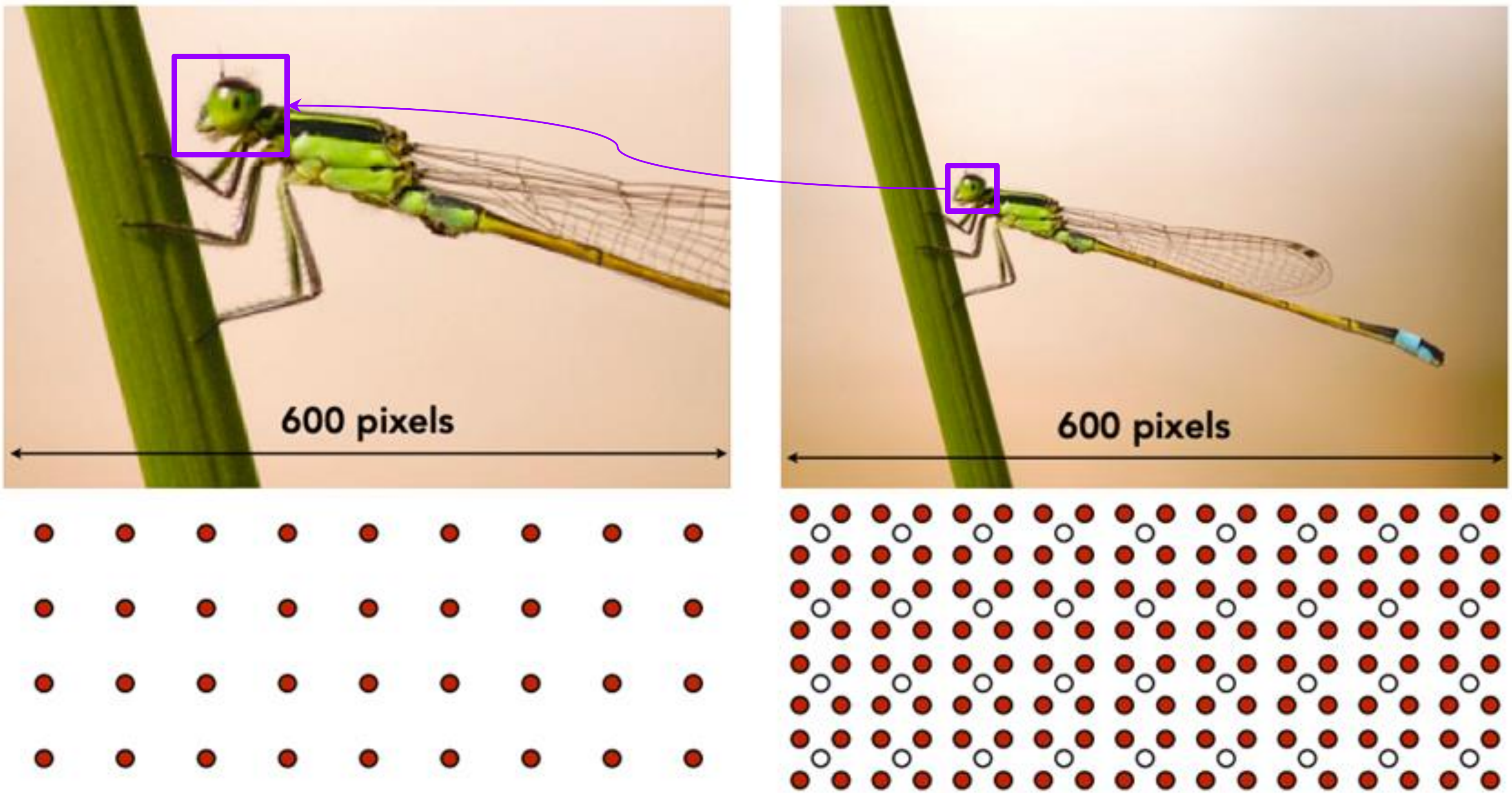
Espaço da Textura (u,v)

Pontos vermelhos = amostras necessárias para renderizar
Pontos brancos = amostras existentes no mapa de textura

Mapeamento 1:1

Insper

Taxa de Amostras na Tela x na Textura

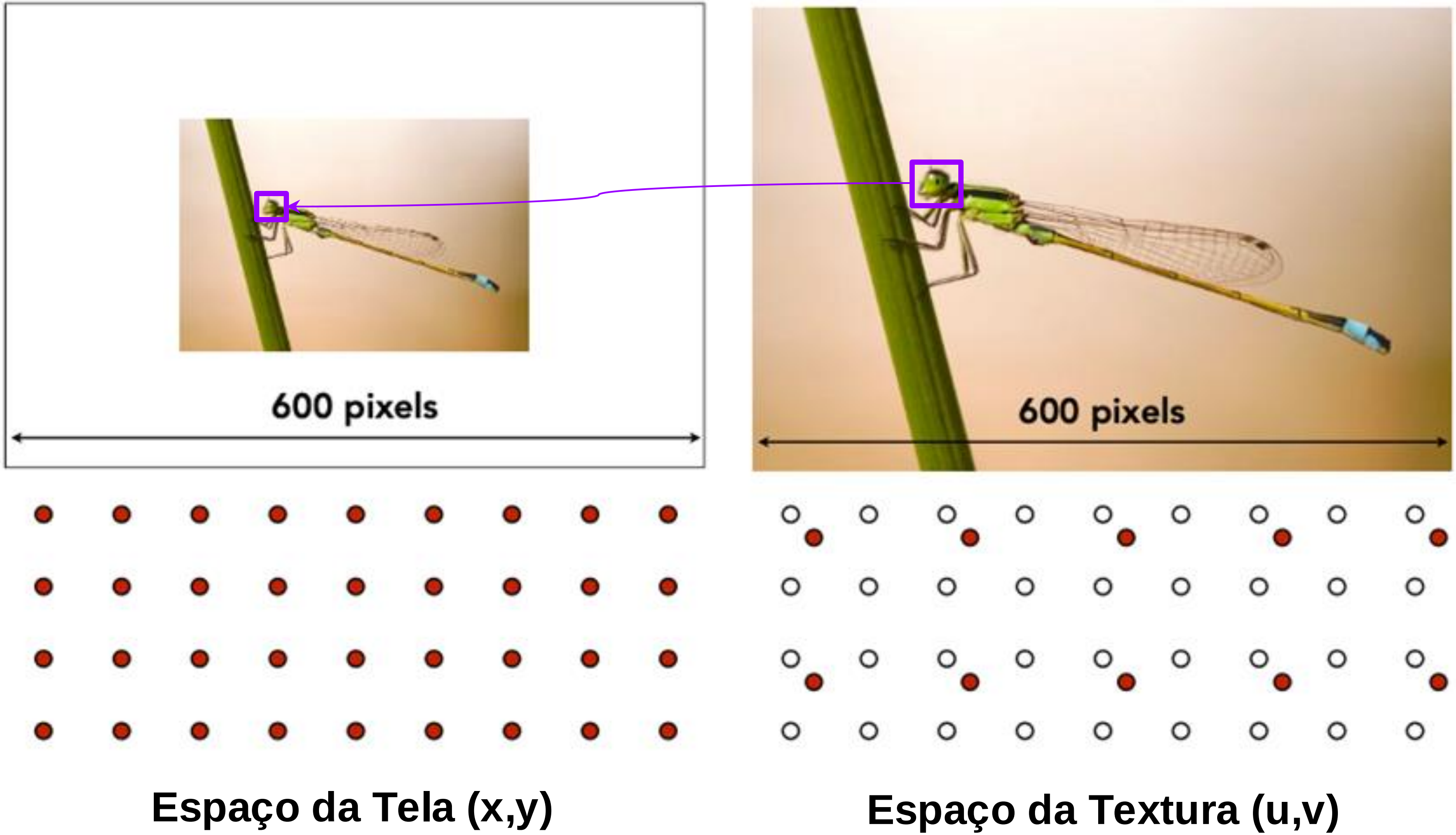


Espaço da Tela (x,y) **Espaço da Textura (u,v)**

Ampliado (magnified)

Pontos vermelhos = amostras necessárias para renderizar
Pontos brancos = amostras existentes no mapa de textura

Taxa de Amostras na Tela x na Textura



Reduzido (minified)

Pontos vermelhos = amostras necessárias para renderizar
Pontos brancos = amostras existentes no mapa de textura

Insper

Taxa de Amostragem das Texturas

A frequência de amostragem no espaço da tela se traduz em uma frequência de amostragem no espaço de textura, determinado pela função de mapeamento.

Em geral, essa frequência varia ao longo da cena dependendo das transformações geométricas, das transformações de visualização e da função de coordenada de textura.

Área do Pixel na Tela x Área do Texel

Tamanho de visualização ideal:

- Mapeamento 1:1 entre taxa de amostragem do pixel e taxa de amostragem do texel

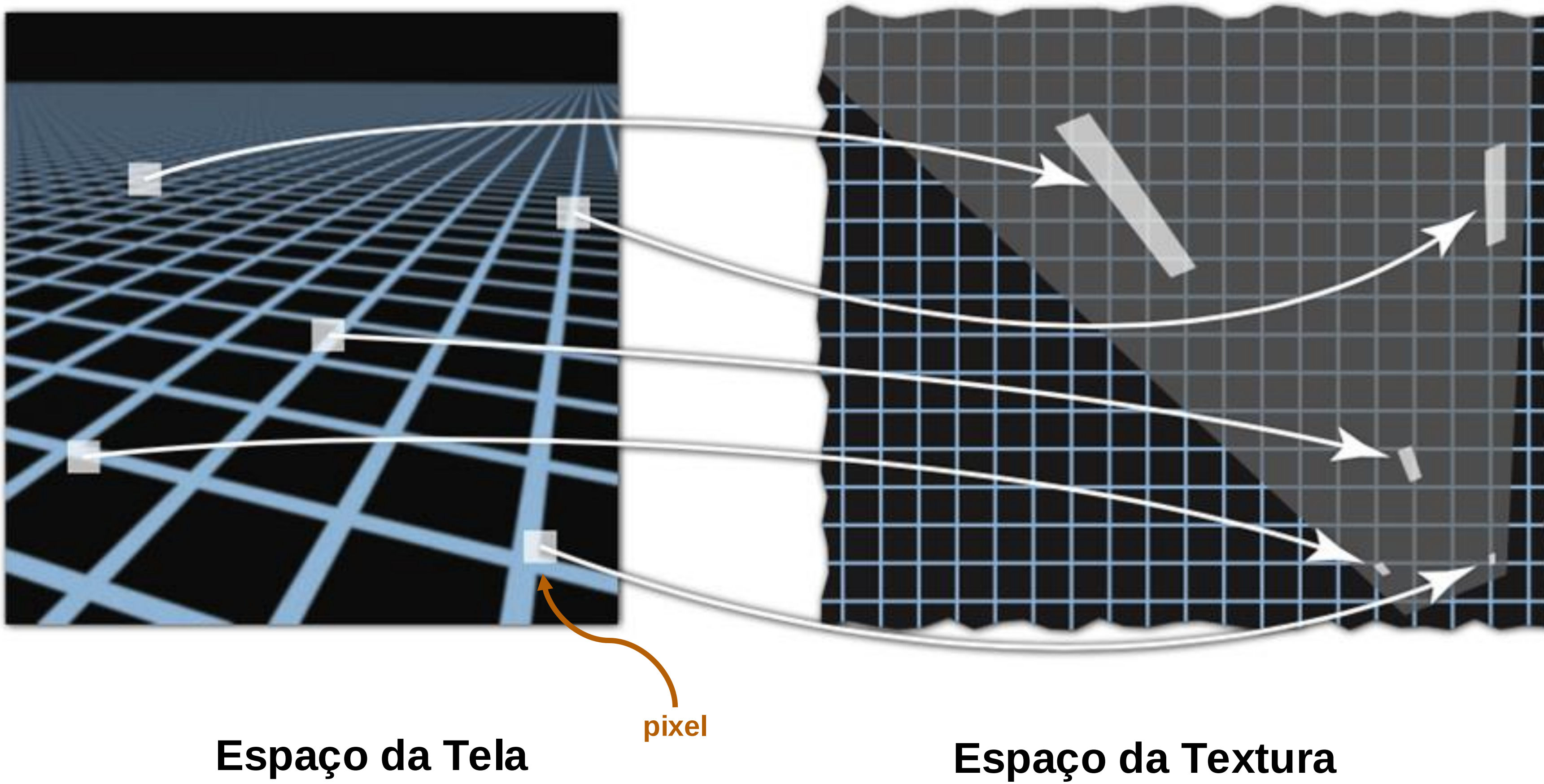
Quando ampliado (magnification)

- O mesmo texel vai influenciar vários pixels na tela

Quando menor (minificação)

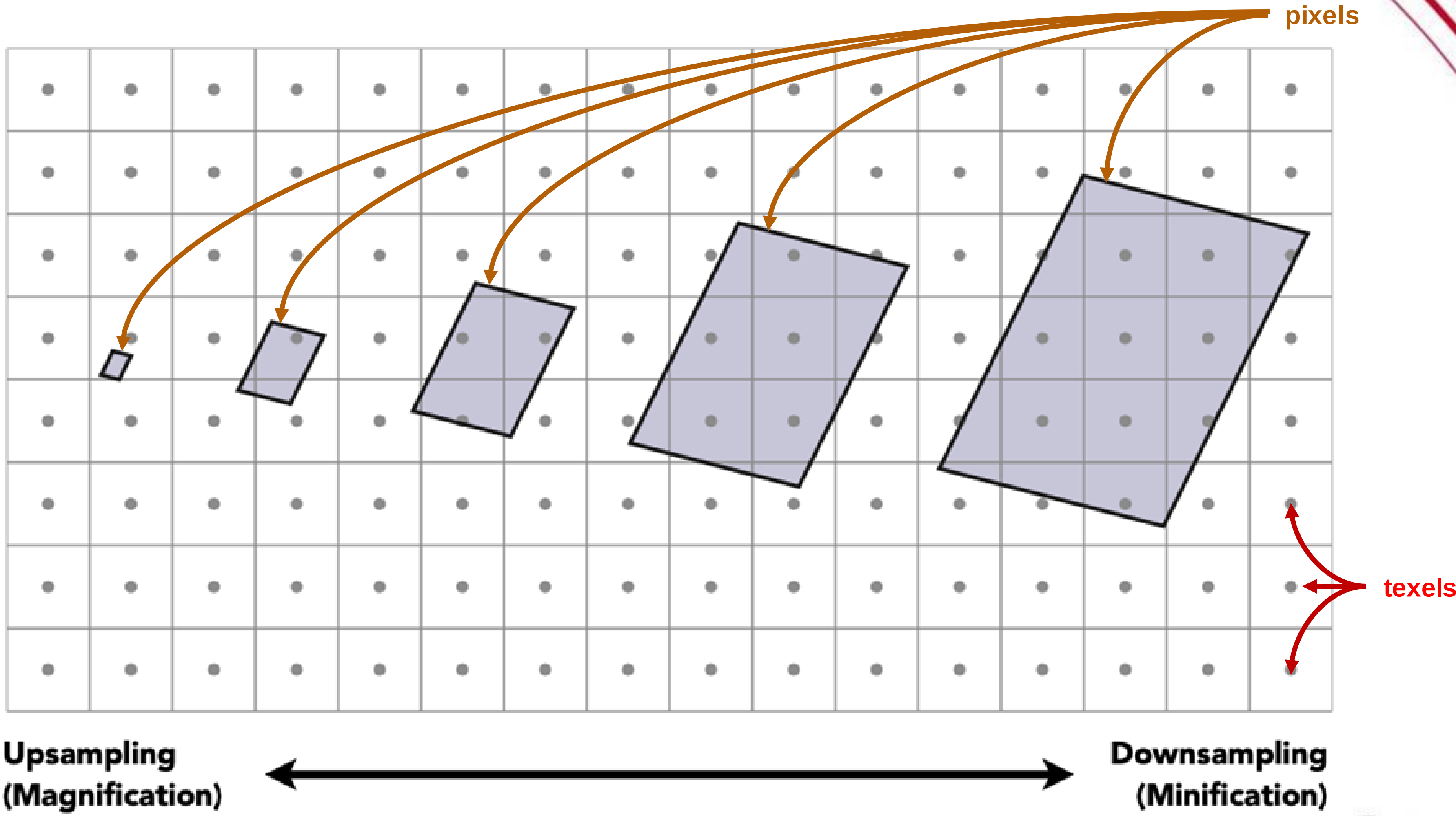
- Possibilidades de amostras de texels para cada pixel

Região (footprint) do Pixel na Textura



Insper

Região (footprint) do Pixel na Textura

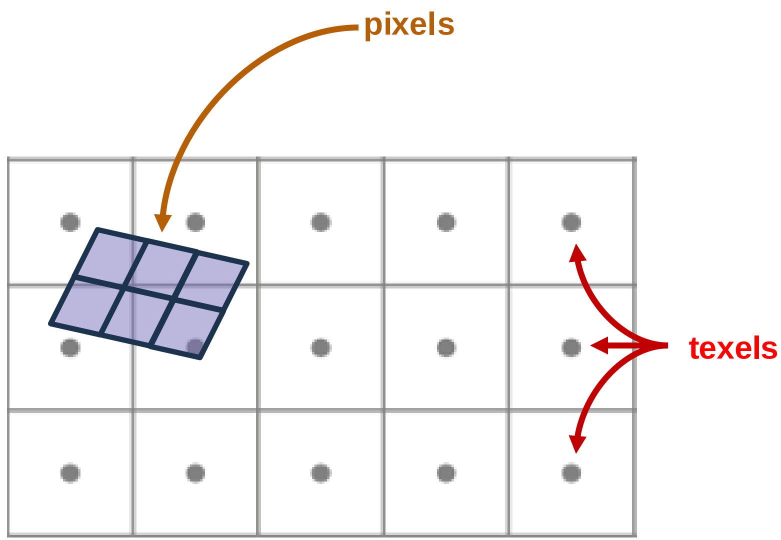


Insper

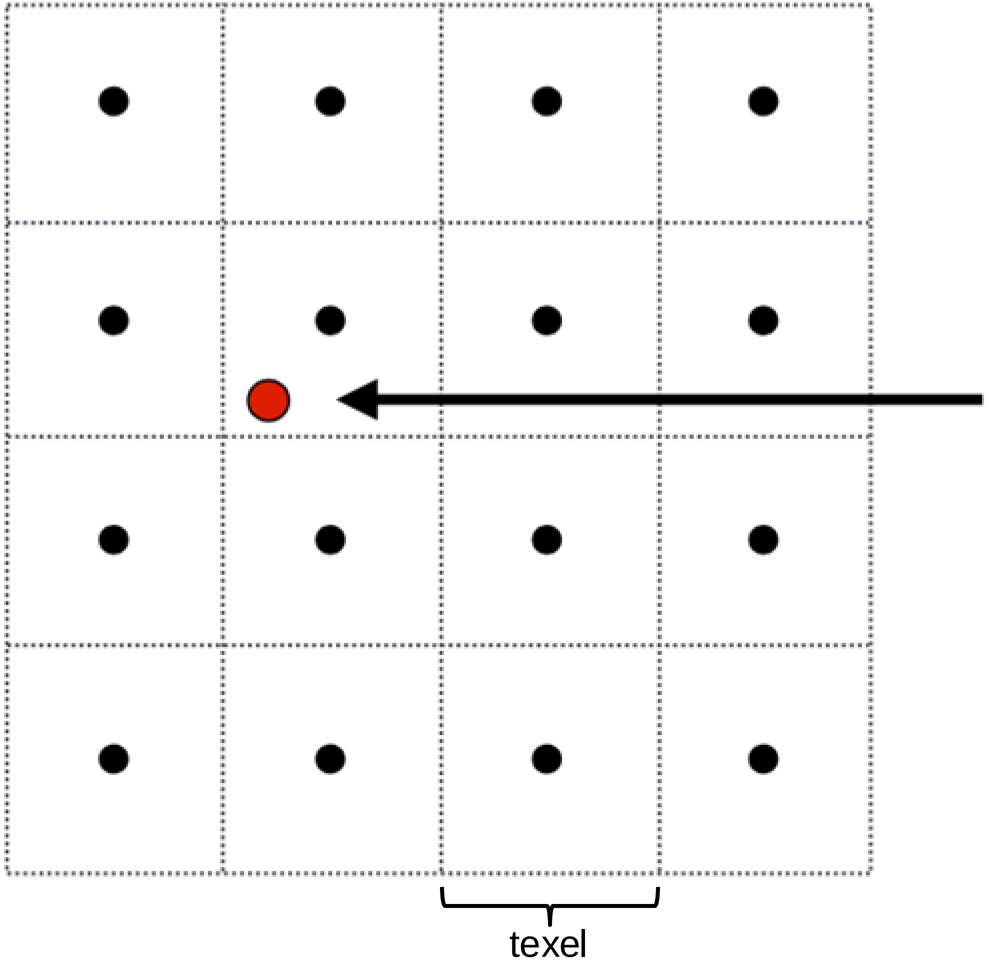
Upscaling (Magnification)

Desafiador

- um pixels fica entre vários texels



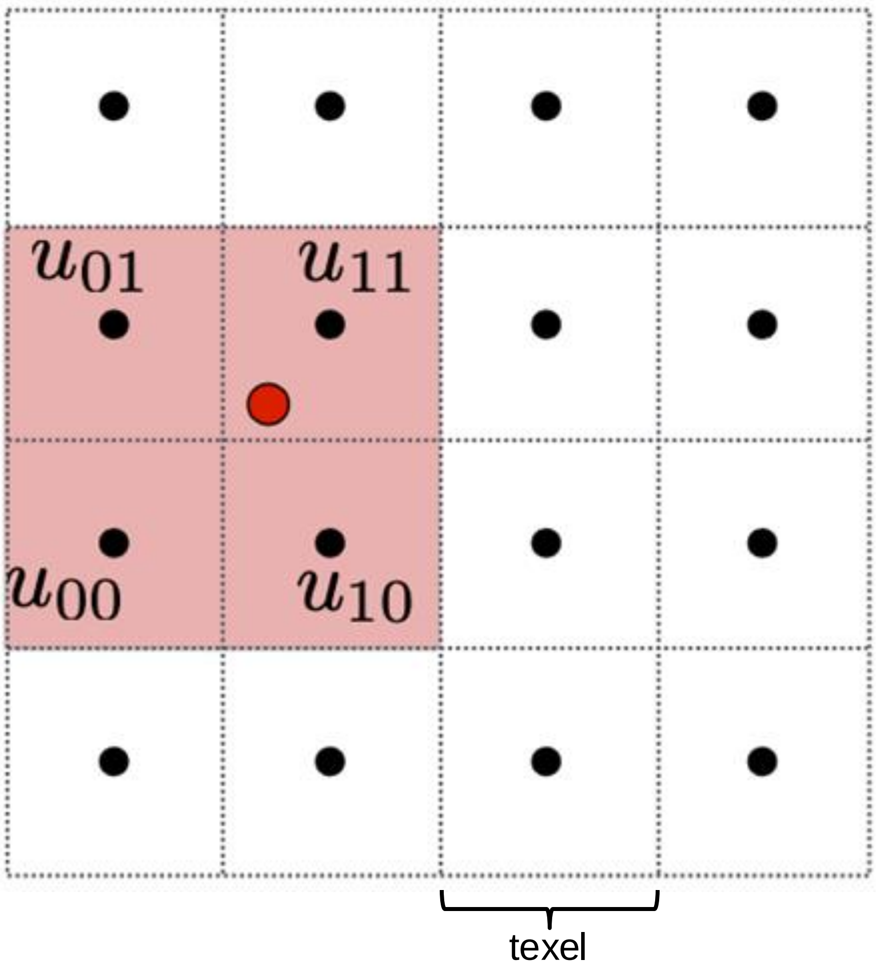
Filtro Bilinear



Se deseja obter uma amostra do valor de textura f(x, y) no ponto vermelho

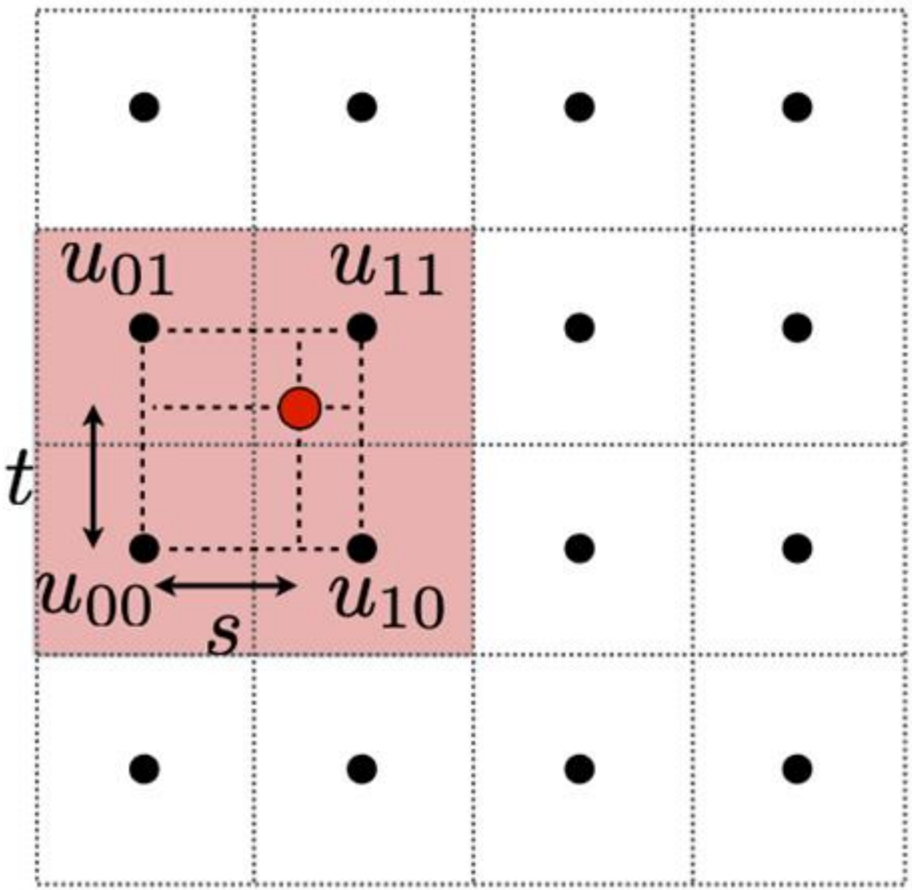
Pontos pretos indicam locais de amostra de textura

Filtro Bilinear



Pegue os 4 locais de amostra mais próximos, com valores de textura conforme rotulados.

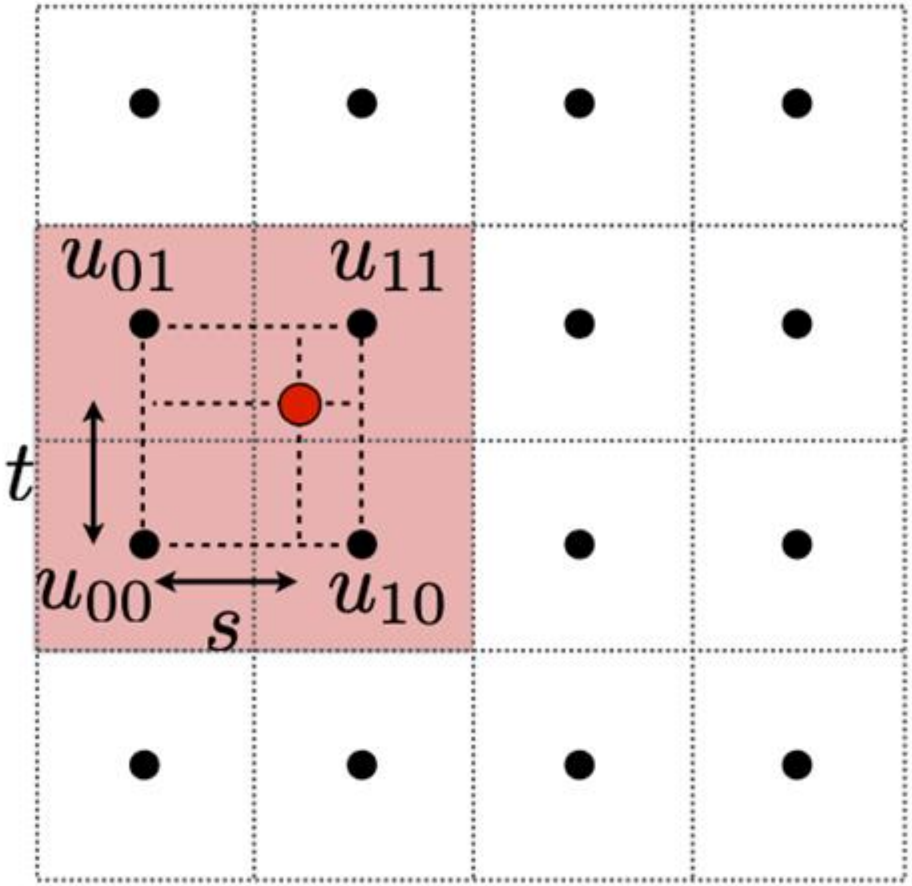
Filtro Bilinear



pegue os deslocamentos fracionários (s,t)

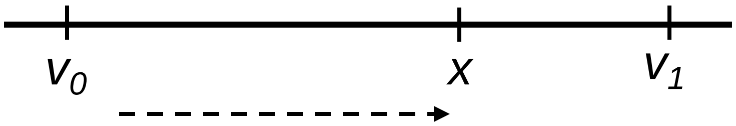
Insper

Filtro Bilinear



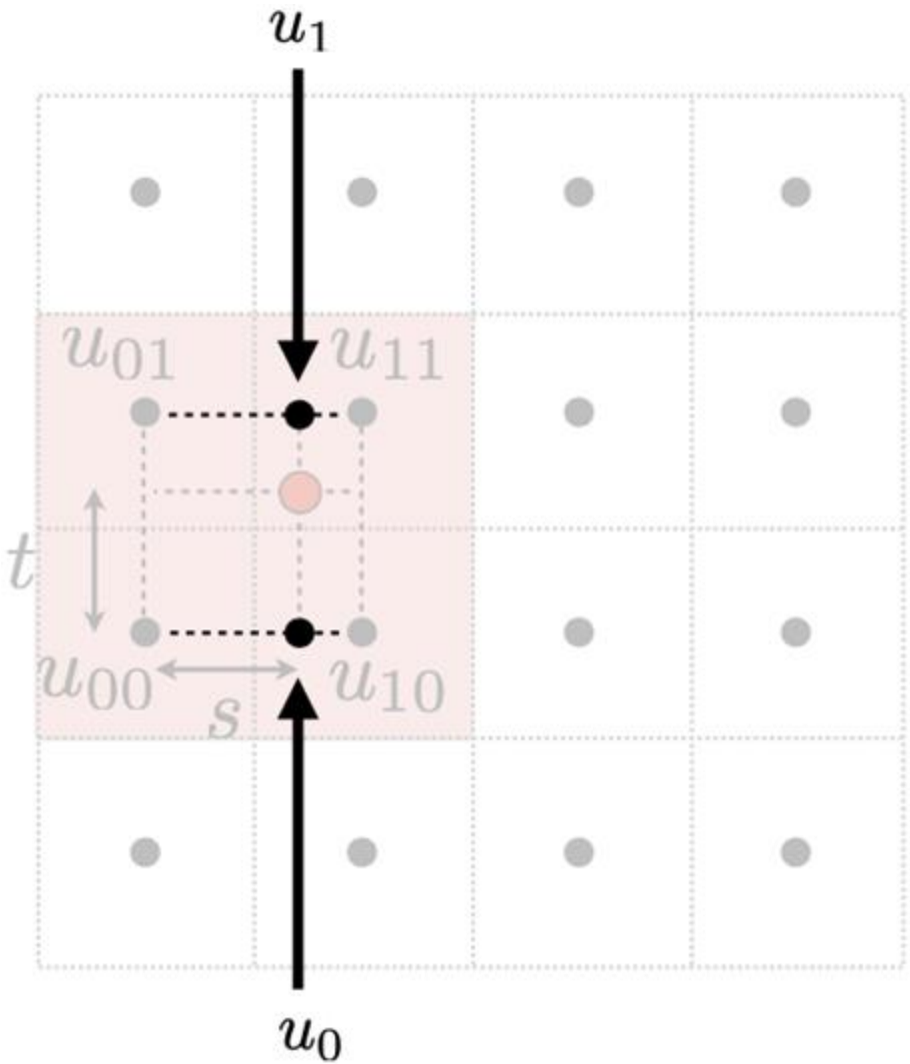
Exemplo: Interpolação Linear (1D)

$$\text{lerp}(x, v_0, v_1) = v_0 + x(v_1 - v_0)$$



x varia de 0 a 1

Filtro Bilinear



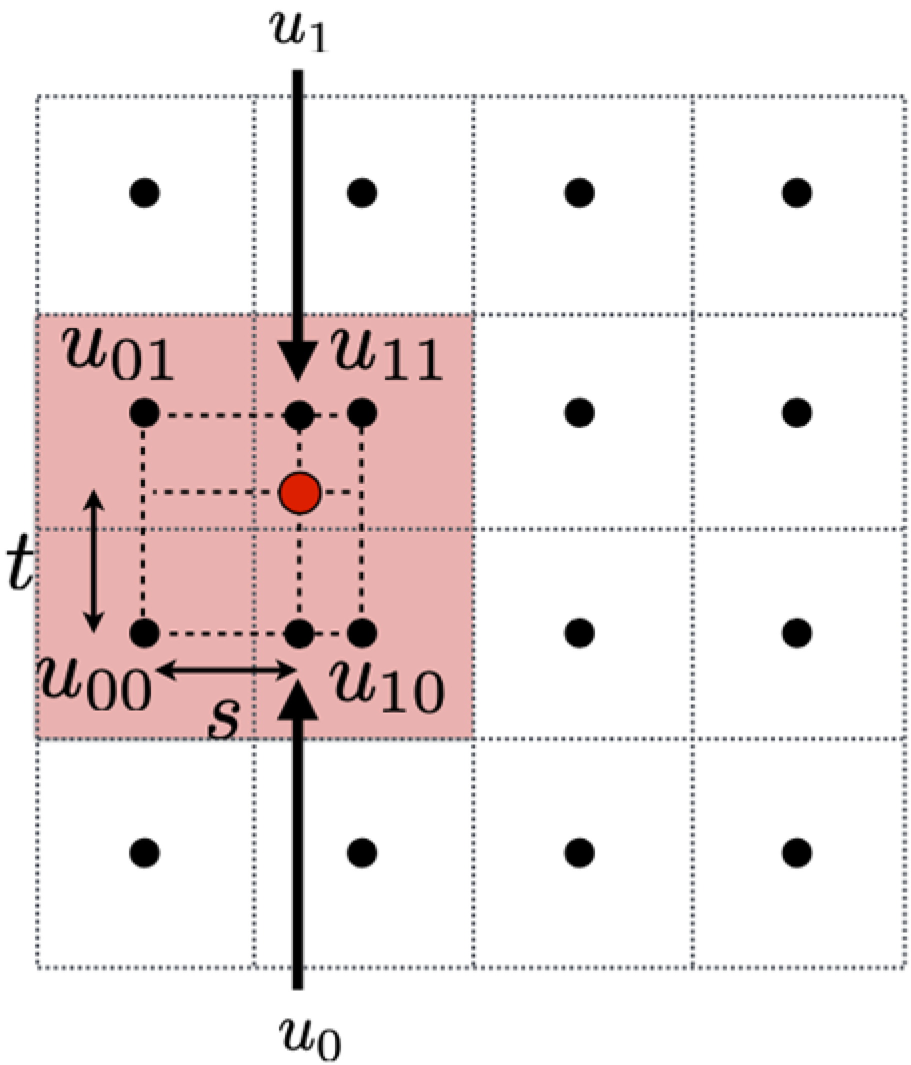
Interpolação Linear (1D)

$$\text{lerp}(x, v_0, v_1) = v_0 + x(v_1 - v_0)$$

Interpolações Intermediárias (horizontal)

$$u_0 = \text{lerp}(s, u_{00}, u_{10})$$
$$u_1 = \text{lerp}(s, u_{01}, u_{11})$$

Filtro Bilinear



Interpolação Linear (1D)

$$\mathrm{lerp}(x, v_0, v_1) = v_0 + x(v_1 - v_0)$$

Interpolações Intermediárias (horizontal)

$$u_0 = \mathrm{lerp}(s, u_{00}, u_{10})$$
$$u_1 = \mathrm{lerp}(s, u_{01}, u_{11})$$

Interpolação Final (vertical)

$$f(x, y) = \mathrm{lerp}(t, u_0, u_1)$$

Ampliando Texturas – Caso mais simples

Usando interpolação das imagens

Nearest

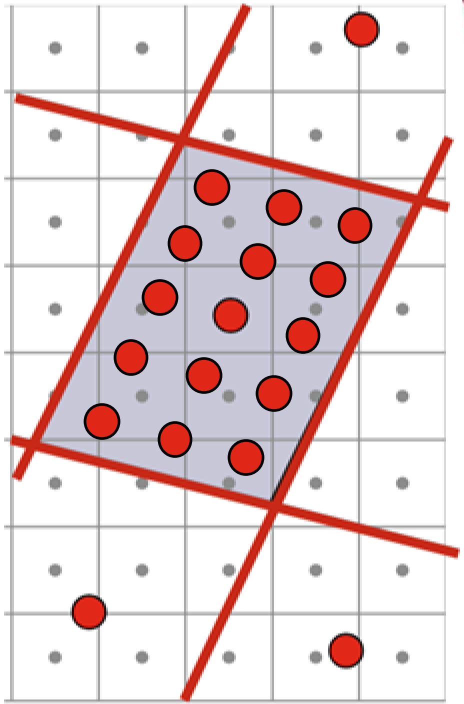
Bilinear
4 texels (2×2)

Bicubic
16 texels (4×4)

Casos podem ficar complicados

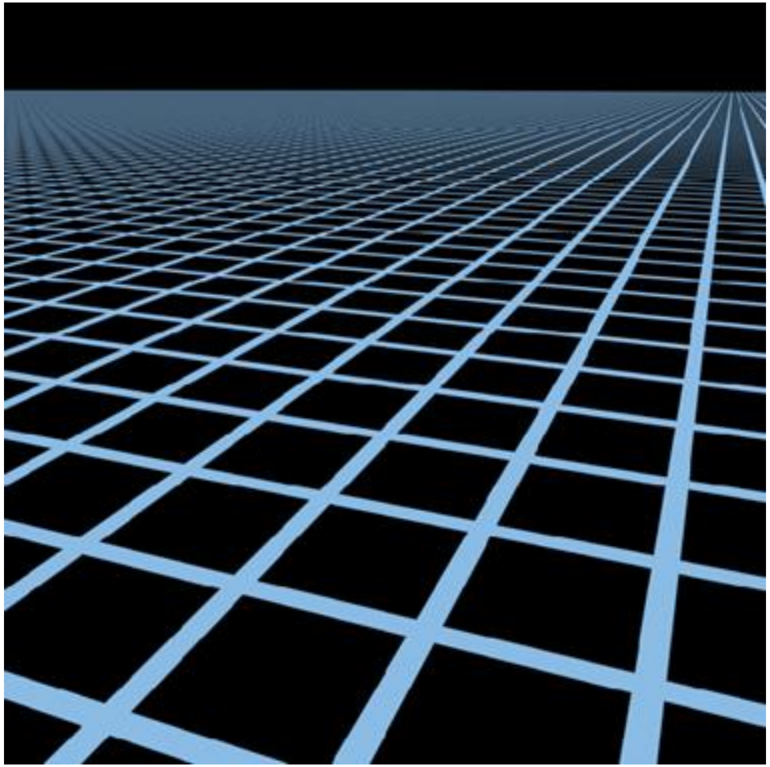
Desafio:
- Muitos texels podem contribuir para o pixel
- Apenas a amostragem de um deles pode resultar em aliasing
- A forma da "pegada" do pixel pode ser complexa

Uma solução:
- Fazendo a média de muitas amostras de textura por pixel.



Linhas vermelhas = limites dos pixels da tela
Pontos vermelhos = ponto de amostragem do pixel
Pontos cinza = centro o textel

Superamostragem removerá os artefatos?



Referência em Alta-resolução

Superamostragem 512x

Redução de texturas em vários níveis

Mais Desafiador

- Muitos texels podem contribuir para a área de um pixels
- A forma da área do pixel pode ser complexa.

Ideia:

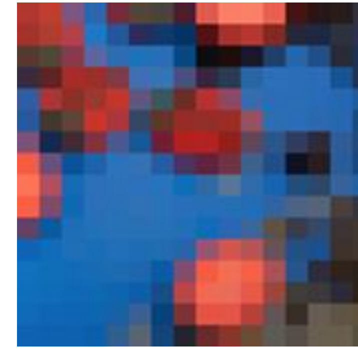
- Filtro passa-baixa e sub-amostrar a textura
- Usar uma resolução que corresponda a resolução da tela

Mipmap (L. Williams 83)

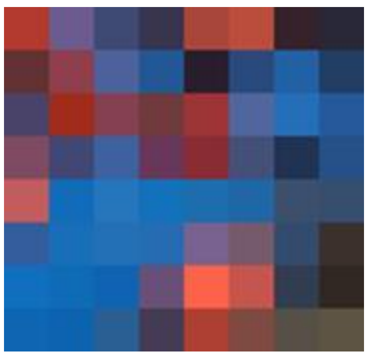
Nível 0 = 128x128

Nível 1 = 64x64

Nível 2 = 32x32



Nível 3 = 16x16



Nível 4 = 8x8

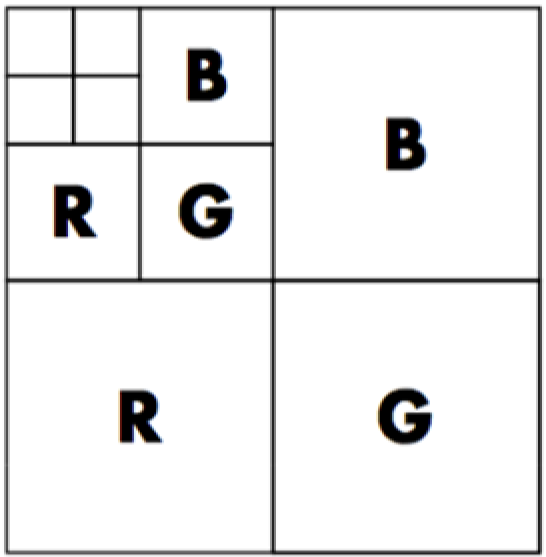
Nível 5 = 4x4

Nível 6 = 2x2

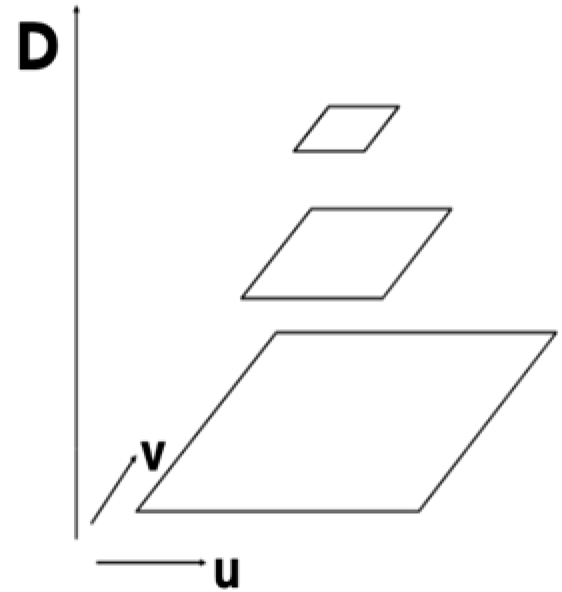
Nível 7 = 1x1

“Mip” vem do latim “multum in parvo", que significa uma multidão em um pequeno espaço

Mipmap (L. Williams 83)

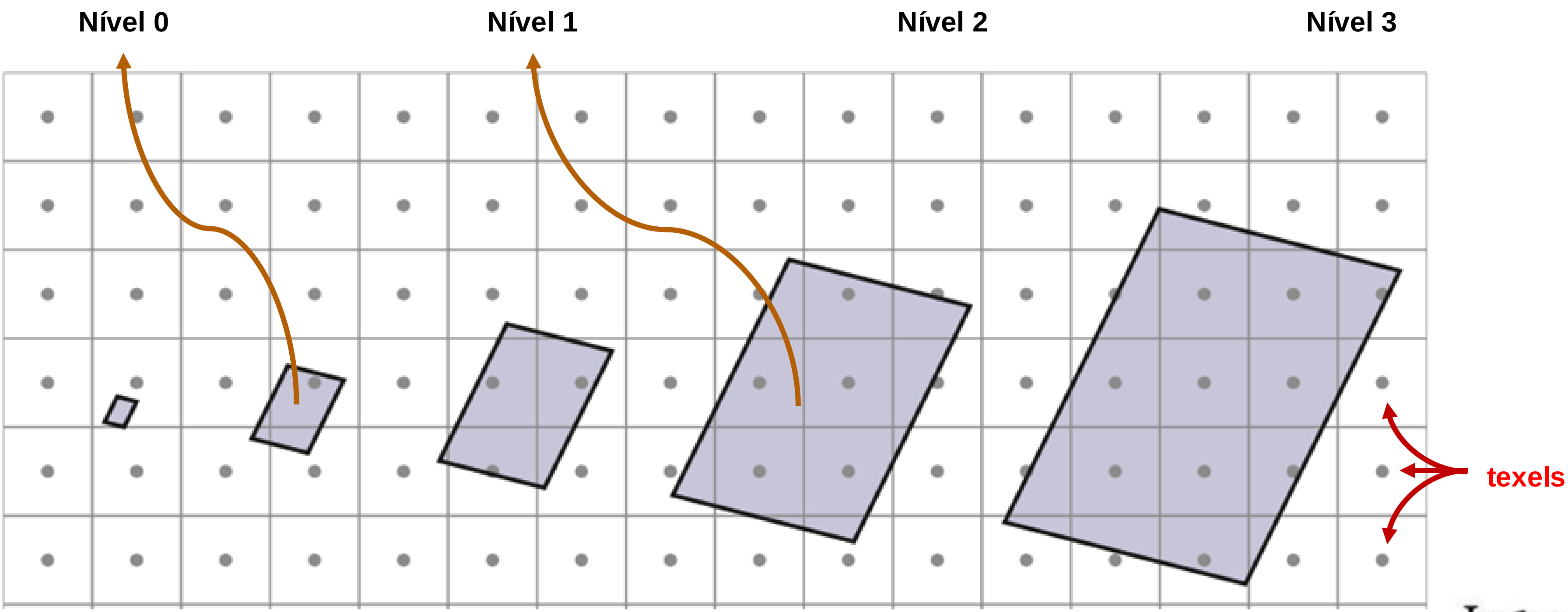


Layout original do L. Williams
para os Mipmaps

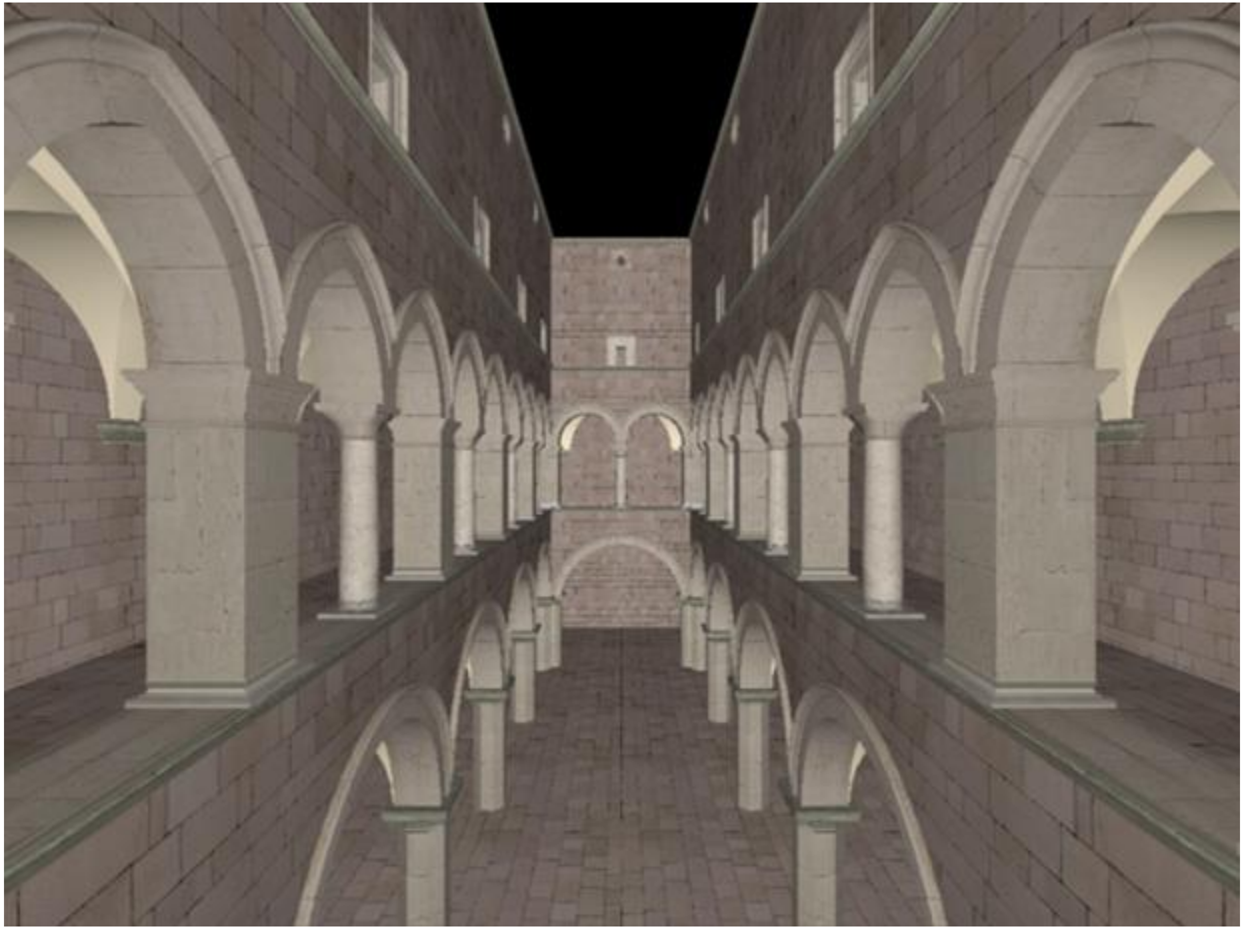


Hierarquia dos Mipmaps
D = nível

Buscando o Melhor Nível do MipMap



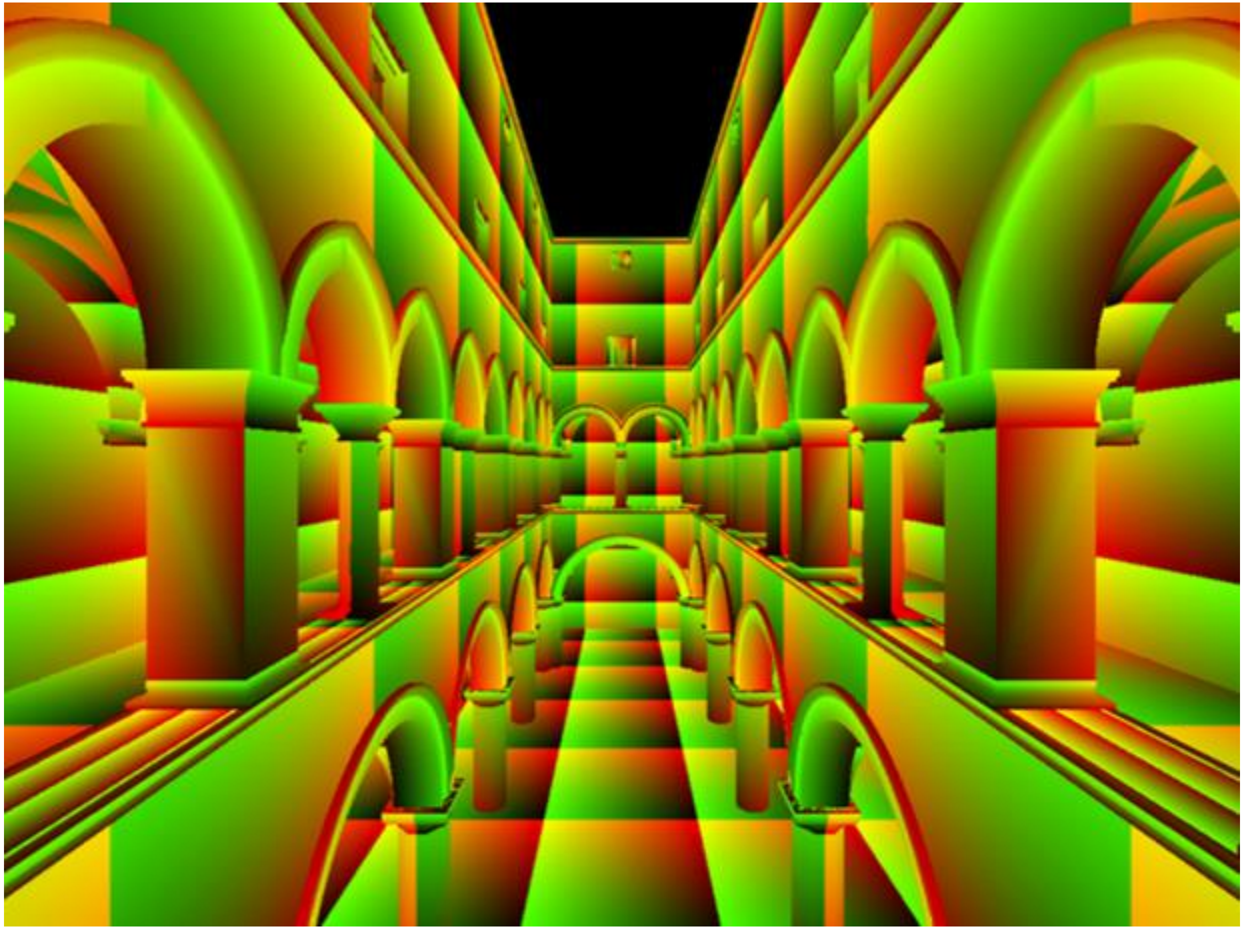
Modelo do Palácio de Sponza



Texturas Aplicadas nas Superfícies

Insper

Modelo do Palácio de Sponza



Visualização das Coordenadas de Texturas

Modelo do Palácio de Sponza

Exemplo de Texturas Usadas

Mipmap nível 0 – Resolução Máxima das Texturas

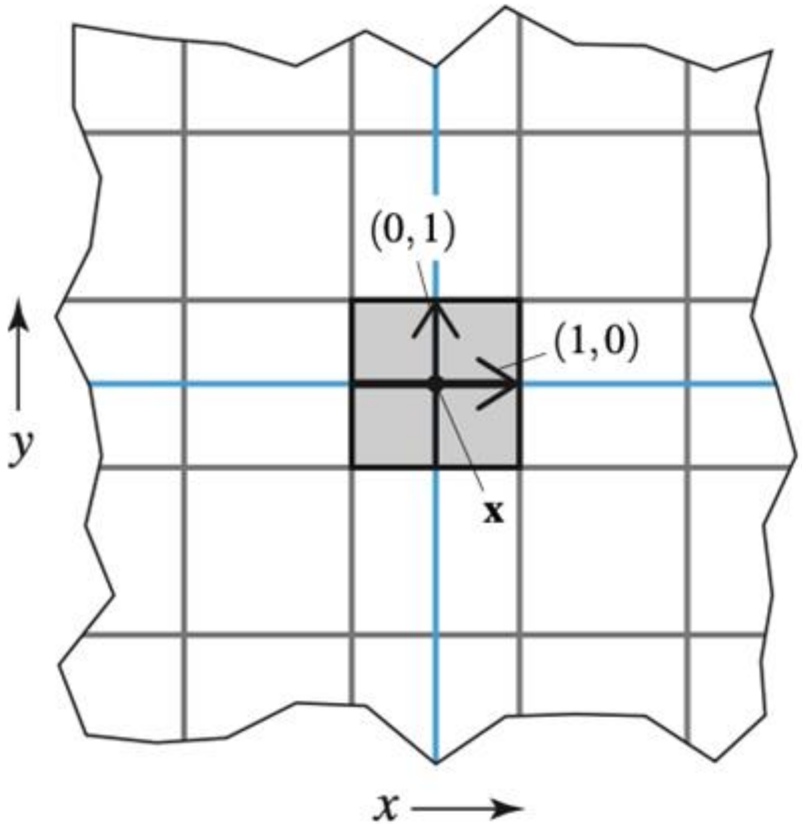
Insper

Mipmap nível 2 – Sub-amostragem 4x4

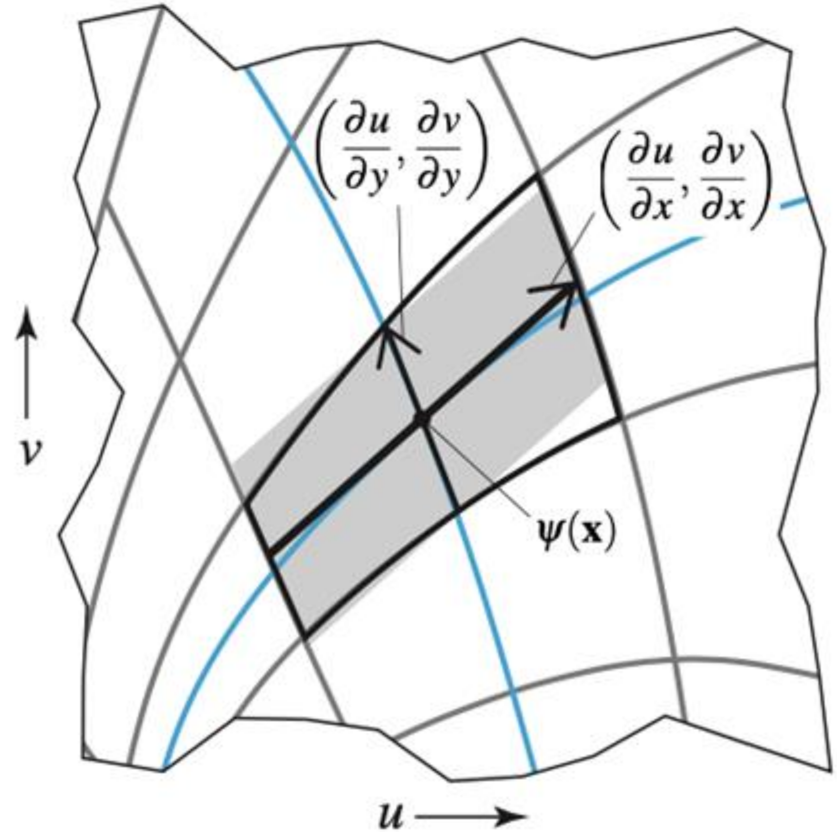
Insper

Mipmap nível 4 – Sub-amostragem 16x16

Estimativa da Área do Pixel com Jacobiano



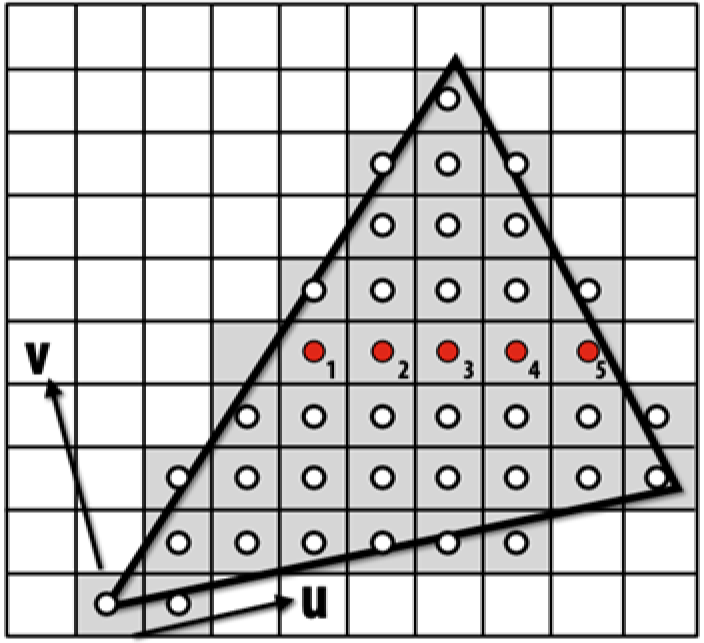
Espaço da Tela



Espaço da Textura

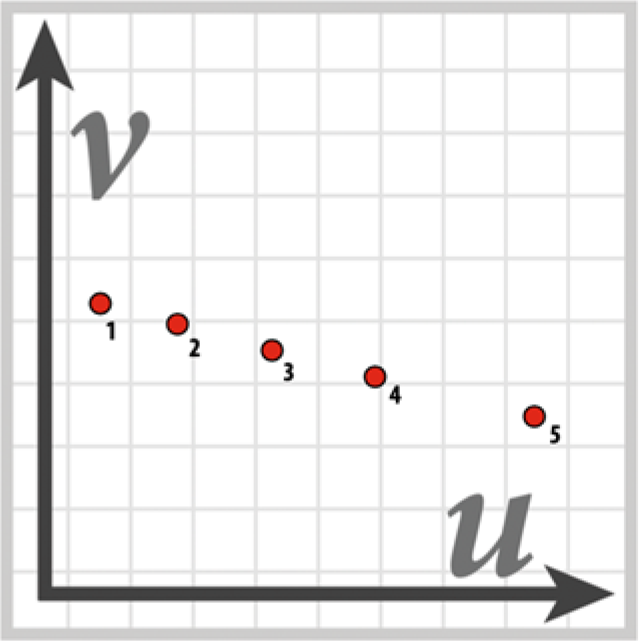
Algumas dificuldades

Amostras no espaço da tela (x, y)



As posições de amostra são distribuídas uniformemente no espaço da tela (rasterizador mostra a aparência do triângulo nesses locais)

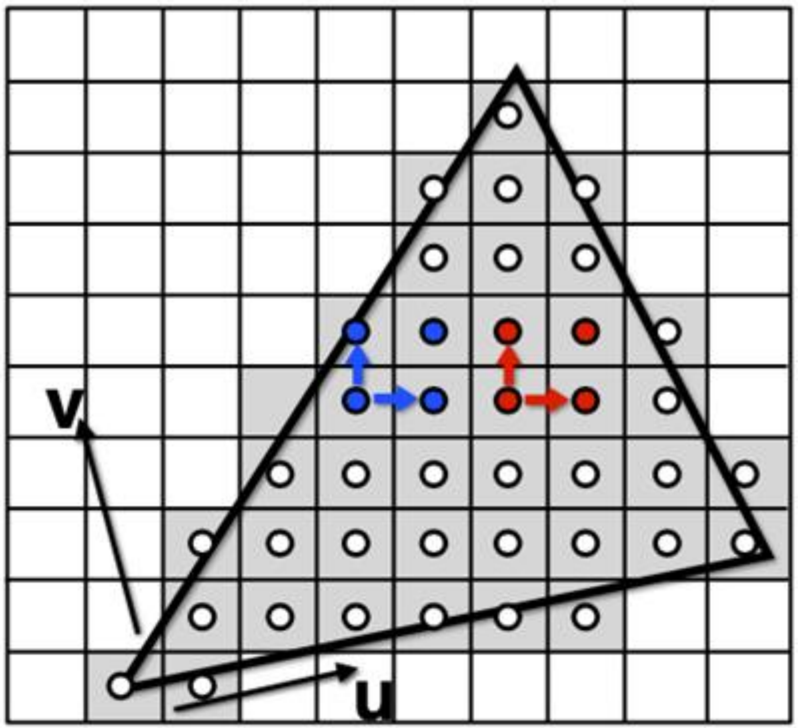
Amostras no espaço da textura (u, v)



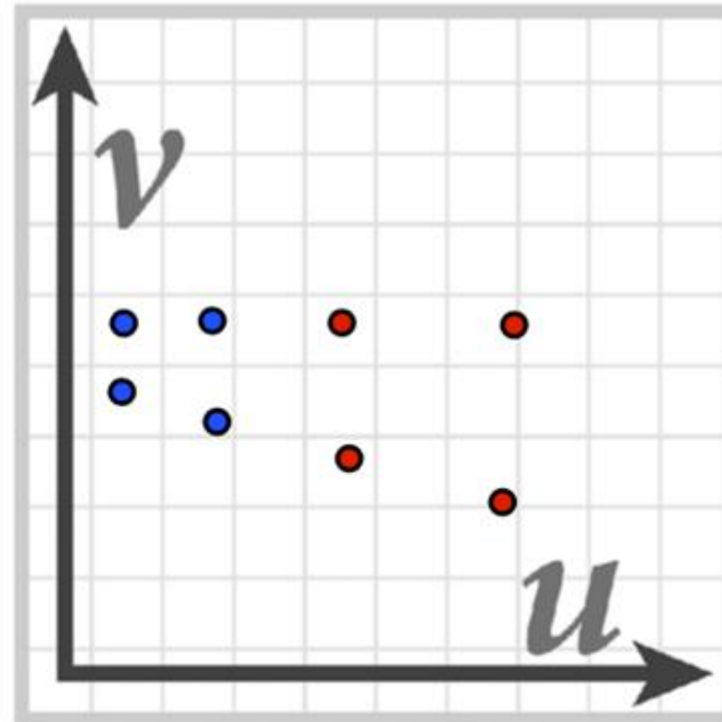
Posições de amostra de textura no espaço de textura (a função de textura é amostrada nesses locais)

Insper

Calculando os níveis de Mipmaps



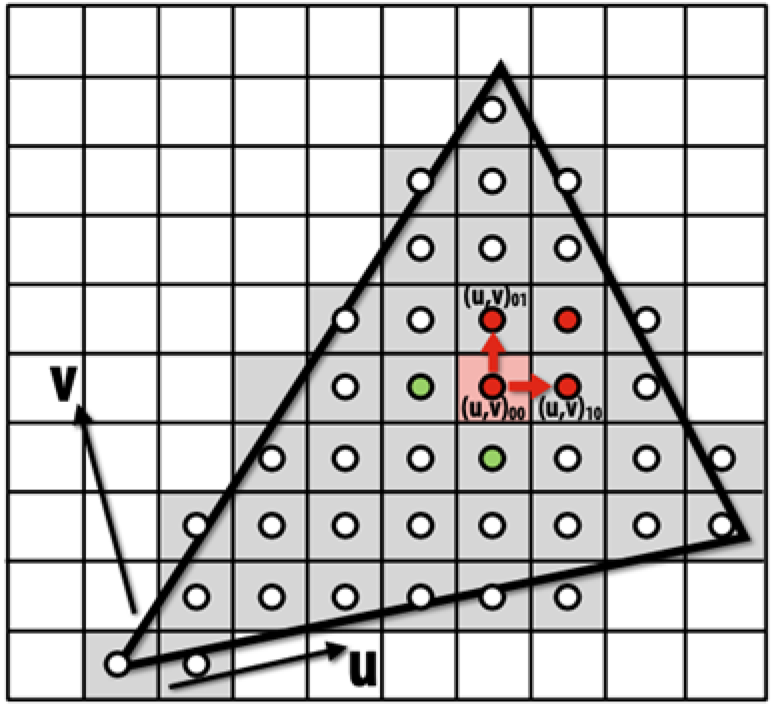
Espaço da Tela (x,y)



Espaço da Textura (u,v)

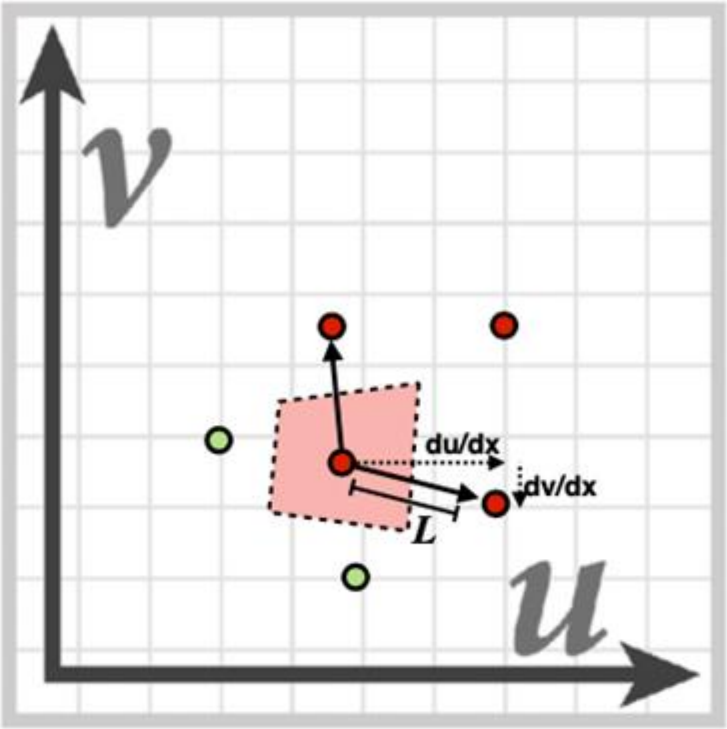
Vamos estimar a área da textura usando as coordenadas das amostras vizinhas.

Calculando os níveis de Mipmaps



$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{10} - u_{00}}{1} \qquad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_{10} - v_{00}}{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_{01} - u_{00}}{1} \qquad \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{v_{01} - v_{00}}{1}$$

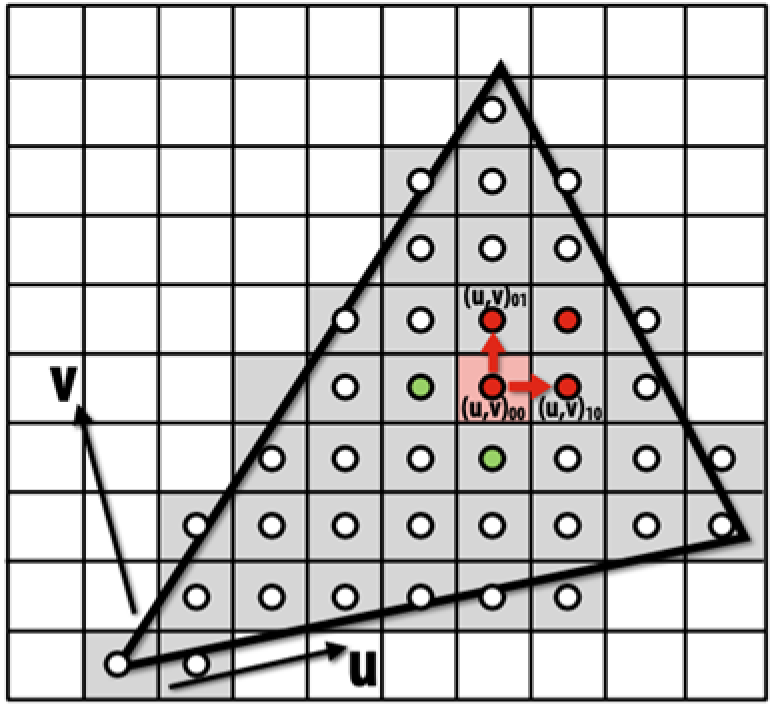


$$D = \log_2 L$$

$$L = \max\left(\sqrt{\left(\frac{du}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2}, \sqrt{\left(\frac{du}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dy}\right)^2}\right)$$

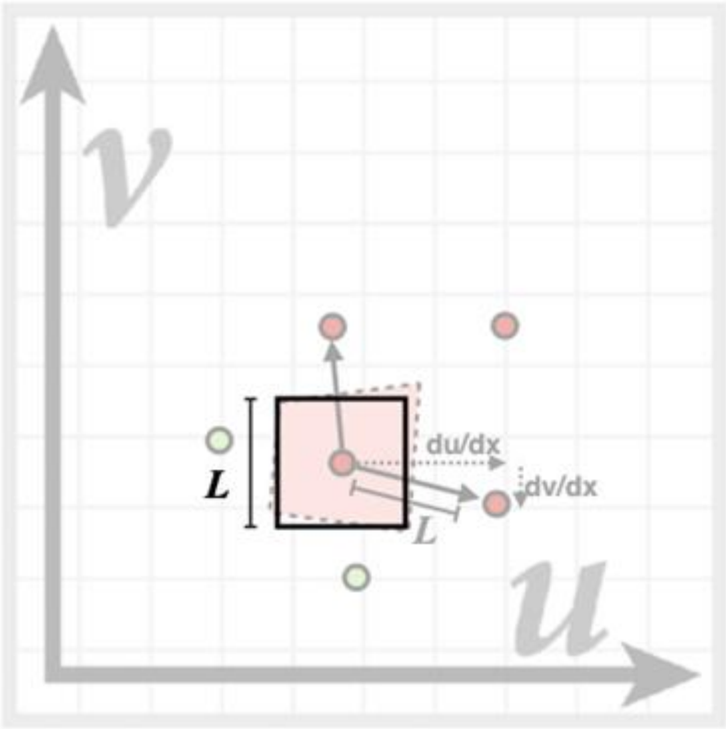
Cuidado: du e dv são definidos pela quantidade de texels.

Calculando os níveis de Mipmaps



$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{10} - u_{00}}{1} \qquad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_{10} - v_{00}}{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_{01} - u_{00}}{1} \qquad \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{v_{01} - v_{00}}{1}$$



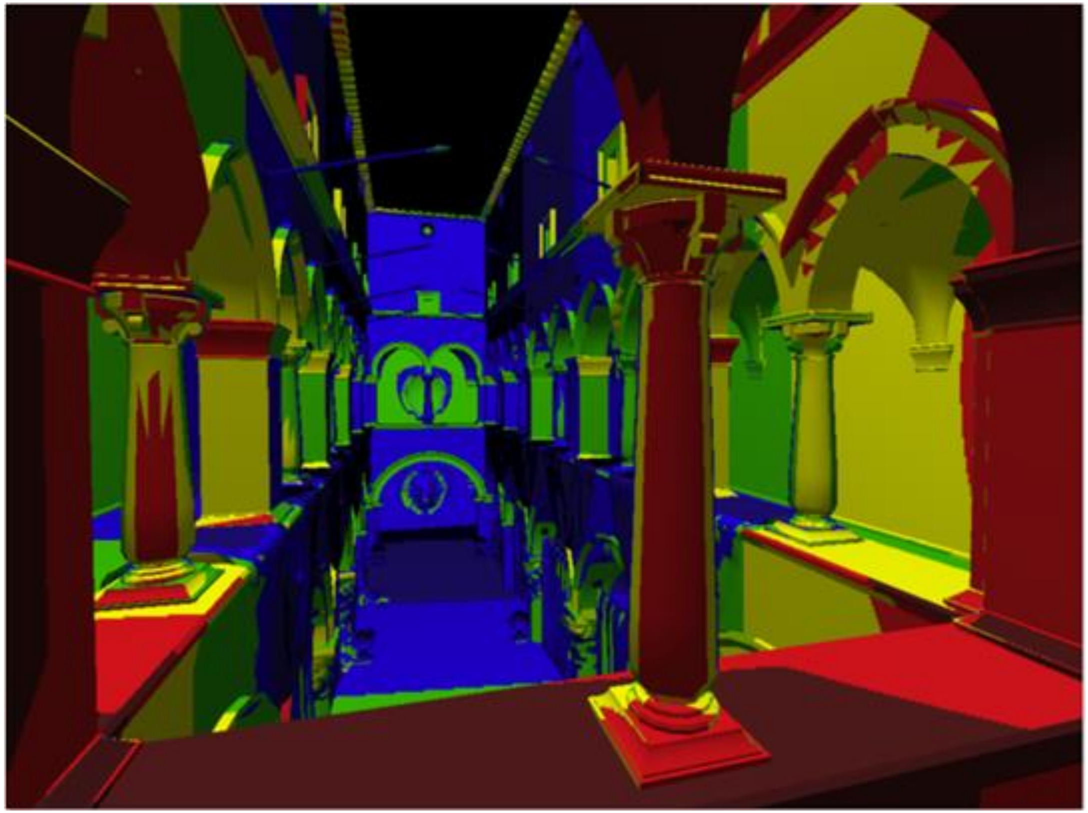
$$D = \log_2 L$$

$$L = \max\left(\sqrt{\left(\frac{du}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2}, \sqrt{\left(\frac{du}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dy}\right)^2}\right)$$

Cuidado: du e dv são definidos pela quantidade de texels.

Insper

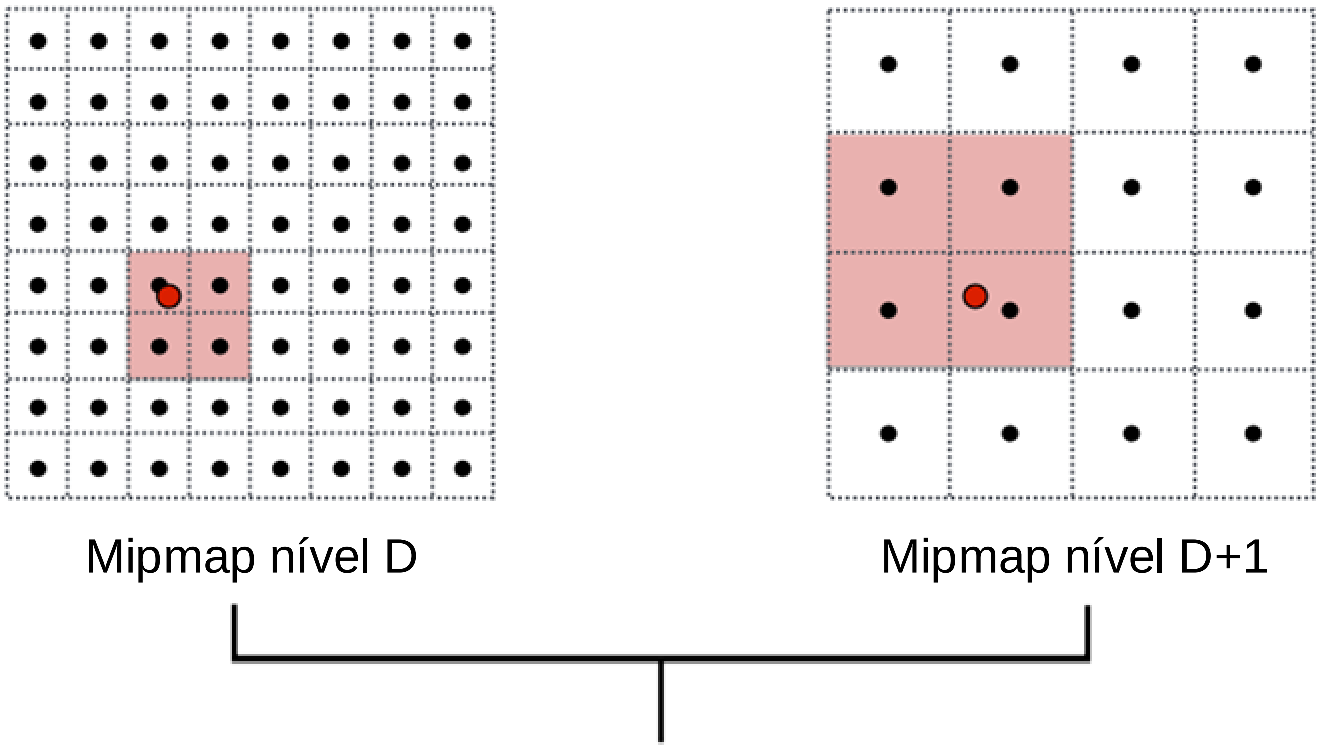
Visualizando com os níveis de Mipmap



D sendo cortado no nível mais próximo encontrado

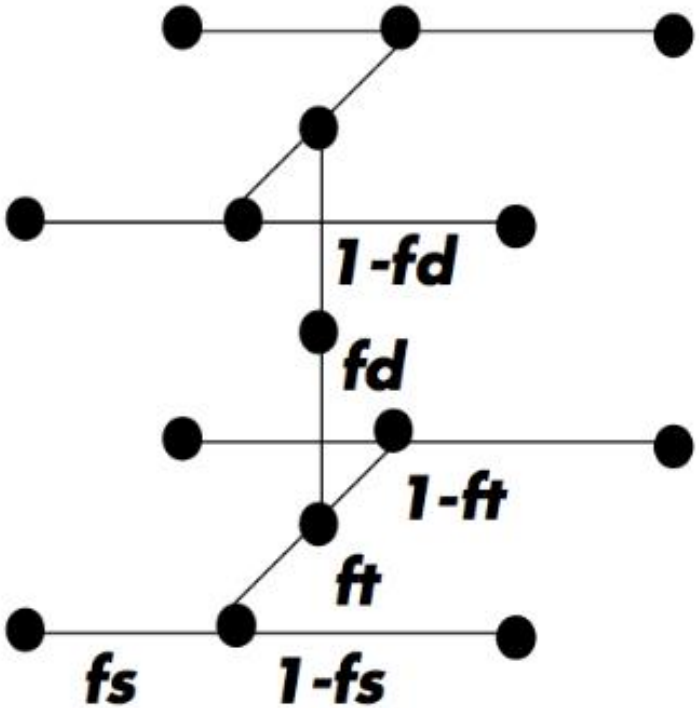
Insper

Filtragem Trilinear

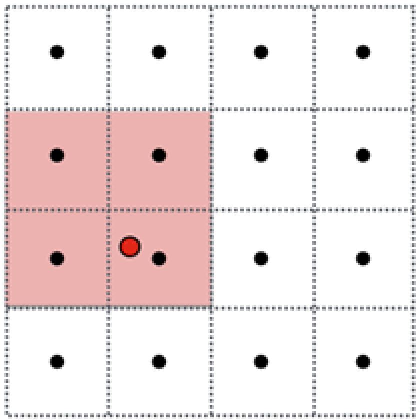


Interpolação Linear baseada em um valor de D contínuo.

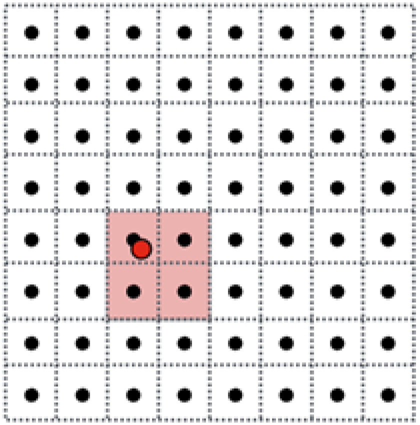
Filtro Trilinear



$$lerp(t, v_1, v_2) = v_1 + t(v_2 - v_1)$$

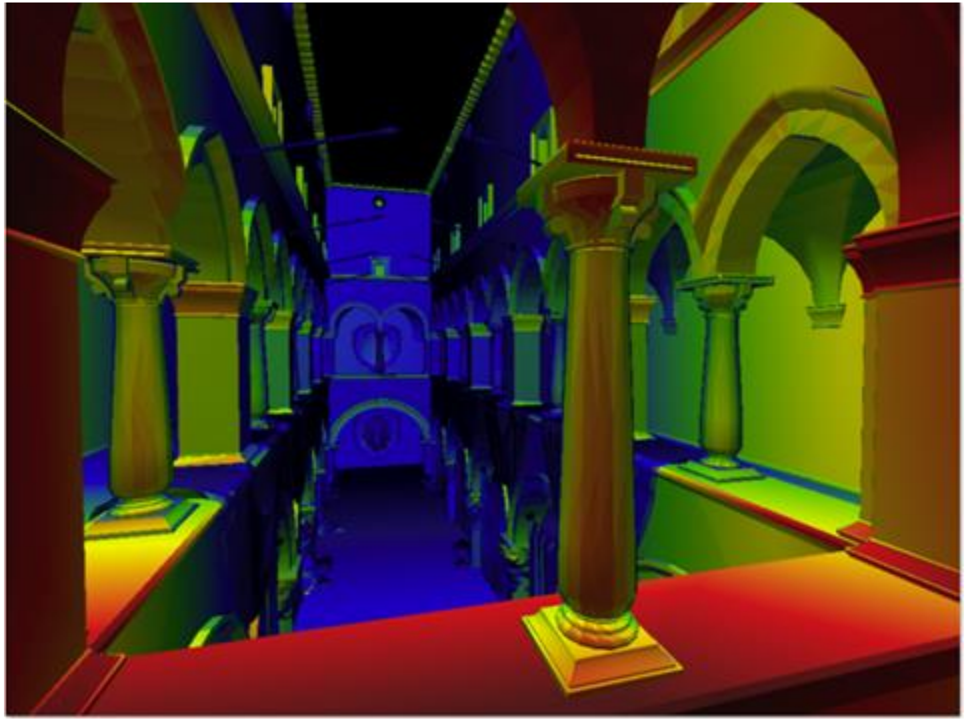


mip-map texels: nível d+1



mip-map texels: nível d

Visualizando níveis de Mipmap contínuos



Filtragem Trilinear: visualizando D de forma contínua

Custo da Filtragem Bilinear x Trilinear

Amostragem Bilinear

- 4 leituras de texels
- 3 interpolações lineares (3 multiplicações + 6 somas)

Amostragem Trilinear

- 8 leituras de texels
- 7 interpolações lineares (7 multiplicações + 14 somas)

Color e TextureCoordinate

Os nós **Color** e **TextureCoordinate** define um conjunto de pontos que podem ser usados para armazenar cores e coordenadas de textura respectivamente.

```
Color : X3DColorNode {
  MFColor [in,out] color    [NULL] [0,1]
  SFNode  [in,out] metadata NULL   [X3DMetadataObject]
}
```

```
TextureCoordinate : X3DTextureCoordinateNode {
  SFNode  [in,out] metadata NULL [X3DMetadataObject]
  MFVec2f [in,out] point    []   (-∞,∞)
}
```


https://www.web3d.org/documents/specifications/19775-1/V3.3/Part01/components/rendering.html#Color

ImageTexture

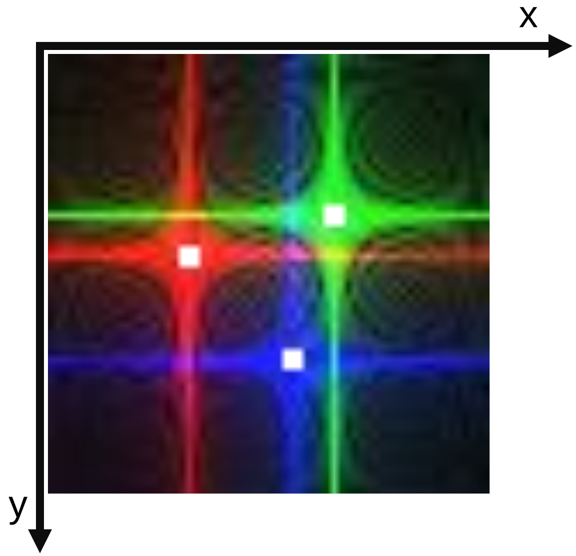
O nó **ImageTexture** serve para ler uma imagem, o atributo **url** é usado para ter uma lista de pontos de acesso da imagem.

```
ImageTexture : X3DTexture2DNode, X3DUrlObject {
  SFNode   [in,out] metadata         NULL [X3DMetadataObject]
  MFString [in,out] url              []   [URI]
  SFBool   []       repeatS          TRUE
  SFBool   []       repeatT          TRUE
  SFNode   []       textureProperties NULL [TextureProperties]
}
```

https://www.web3d.org/documents/specifications/19775-
1/V3.3/Part01/components/texturing.html#ImageTexture

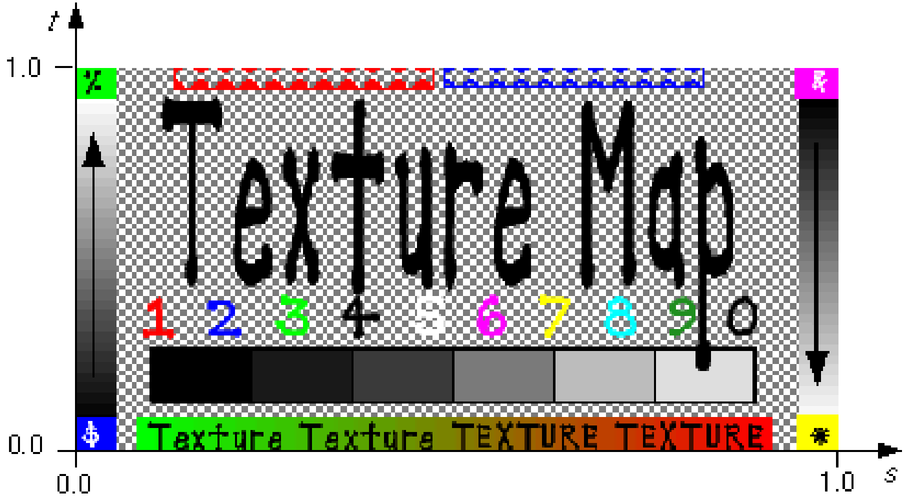
Atenção

Como as imagens são organizadas em PNG



http://www.libpng.org/pub/png/png-textures.html

Como as texturas são mapeadas



Em geral chamamos de *u* e *v*, mas no X3D temos *t* e *s*.

https://www.web3d.org/documents/specifications/19775-1/V3.3/Part01/components/texturing.html

Computação Gráfica

Luciano Soares
<lpsoares@insper.edu.br>

Fabio Orfali
<fabioo1@insper.edu.br>