Computação Gráfica

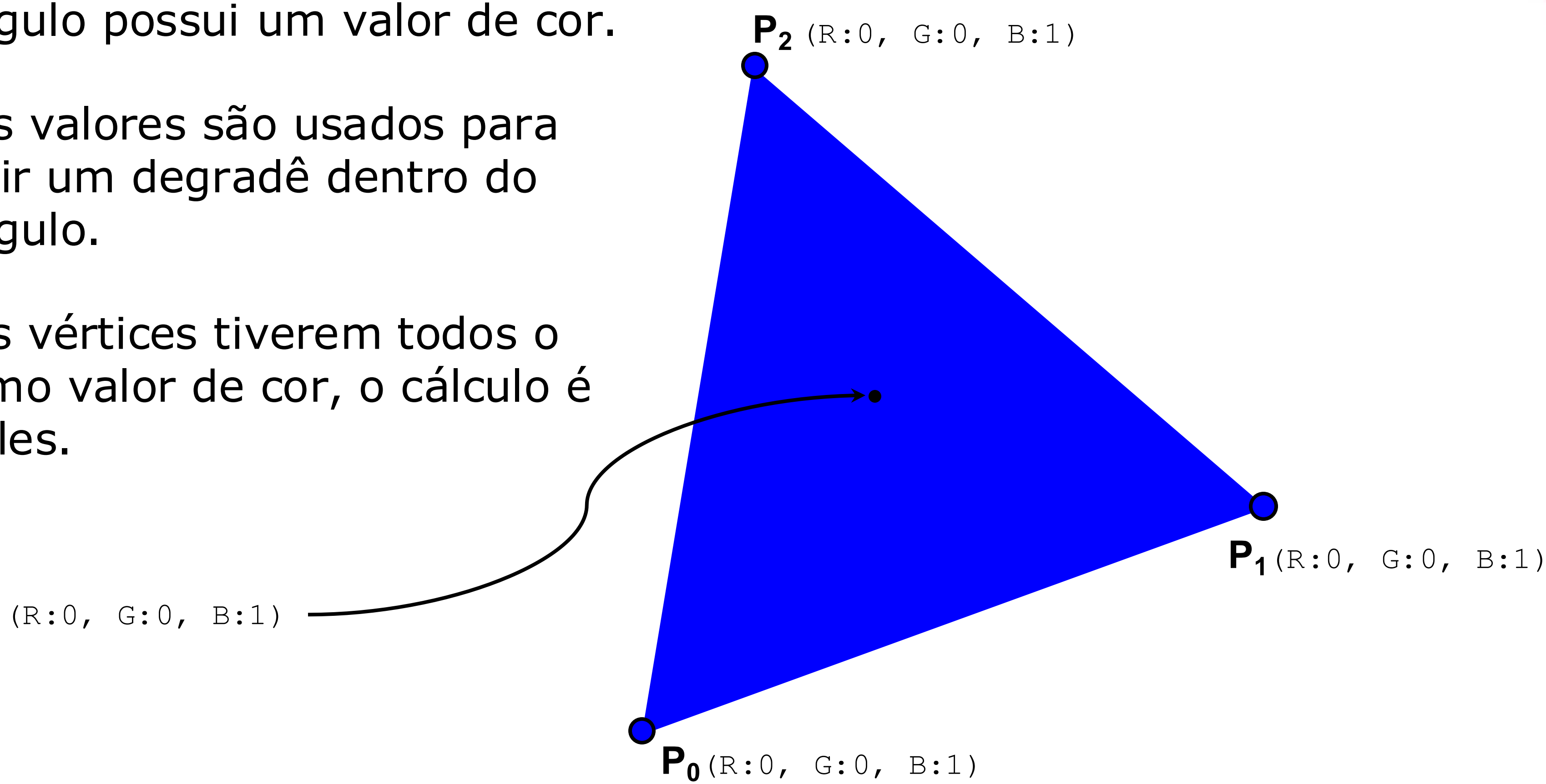
Aula 8: Interpolação em Triângulos

Desenhando Triângulos Coloridos

Vamos definir que cada vértice do triângulo possui um valor de cor.

Esses valores são usados para definir um degradê dentro do triângulo.

Se os vértices tiverem todos o mesmo valor de cor, o cálculo é simples.



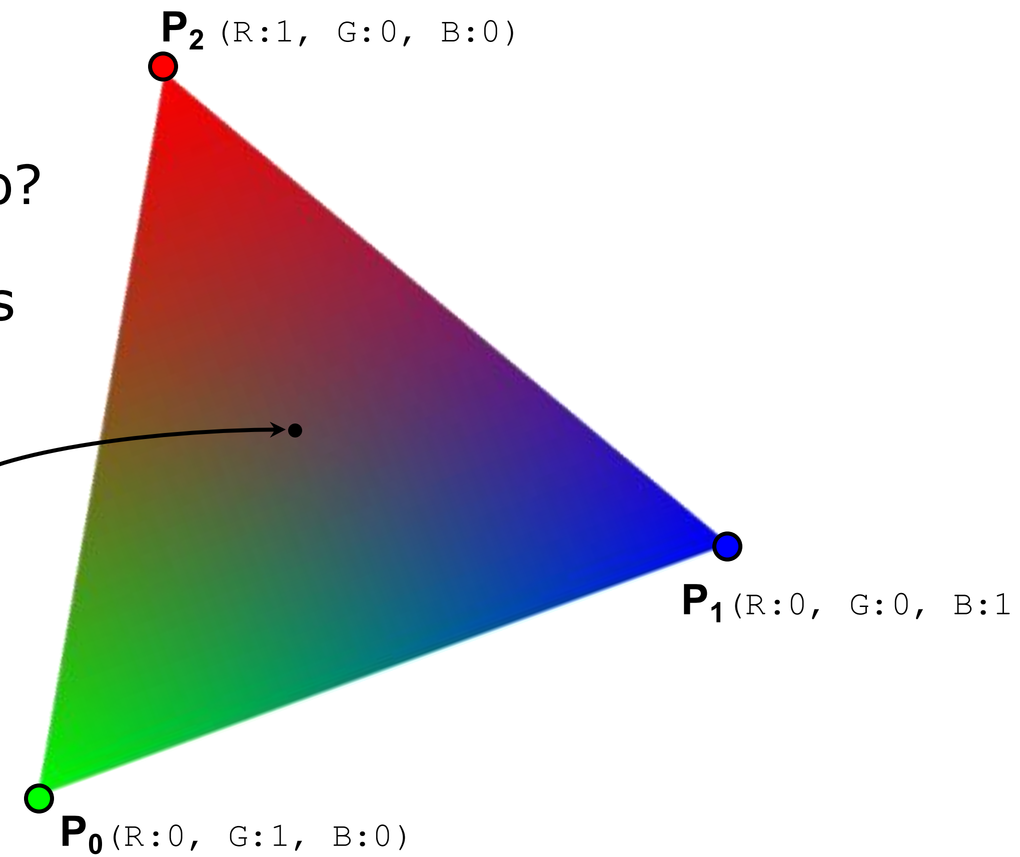
Insper

Desenhando Triângulos Coloridos

Mas e se cada vértice tiver uma cor diferente?

Qual a cor de um ponto qualquer dentro do triângulo?

Como podemos interpolar os valores de cor no interior do triângulo?



Insper

Interpolação no interior de Triângulos

Por que queremos interpolar?

Para encontrar valores dentro de um triângulo que variam suavemente a partir dos valores definidos nos vértices.

Um belo degrade ☺

O que queremos interpolar?

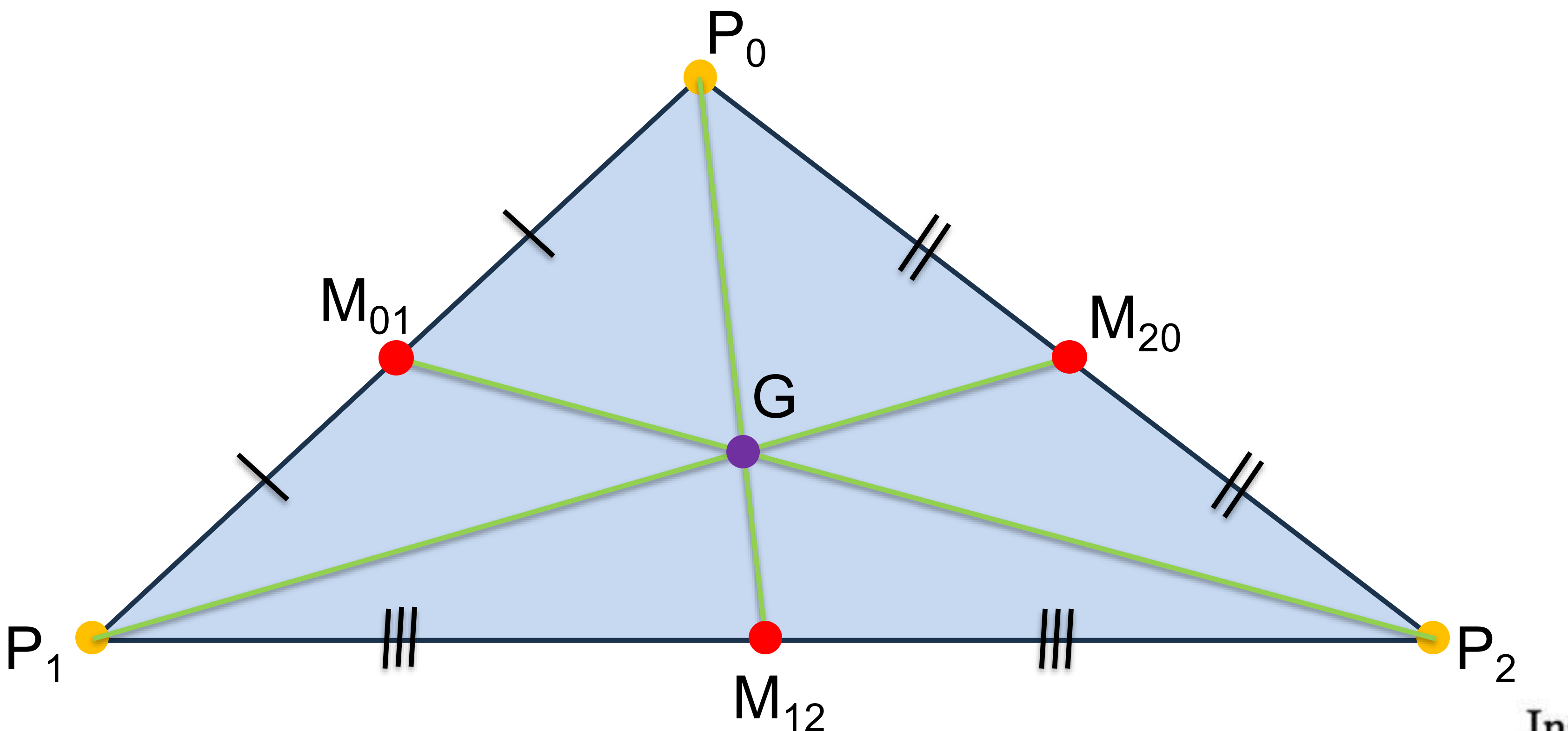
Cores, Coordenadas de textura, Vetores normais, ...

Como podemos fazer a interpolação?

Usando **Coordenadas baricêntricas**

Definição de Baricentro

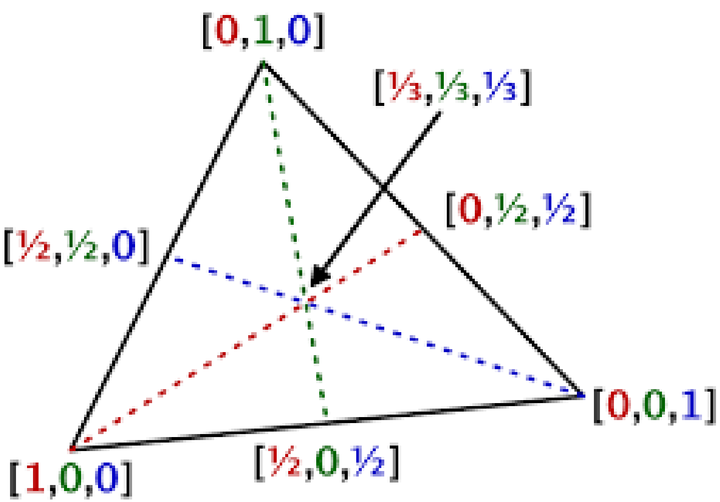
O baricentro é determinado pelo encontro das medianas de um triângulo.



Insper

Coordenadas Baricêntricas

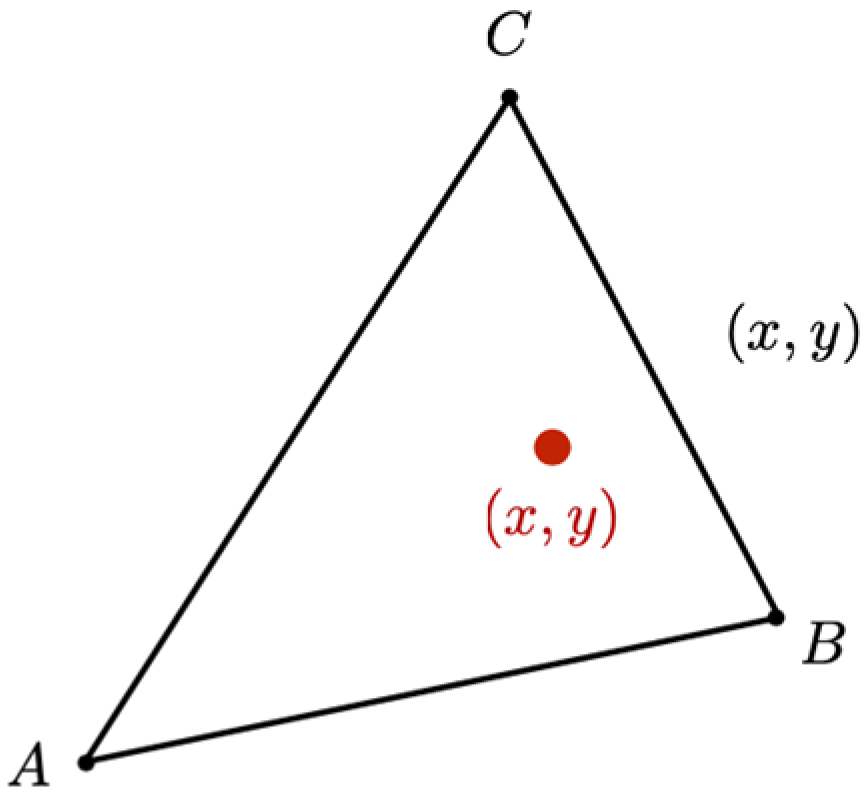
Usando coordenadas baricêntricas para interpolar dados ou atributos dos vértices para o interior do triângulo.



Insper

Coordenadas Baricêntricas

Um sistema de coordenadas para triângulos (α, β, γ)

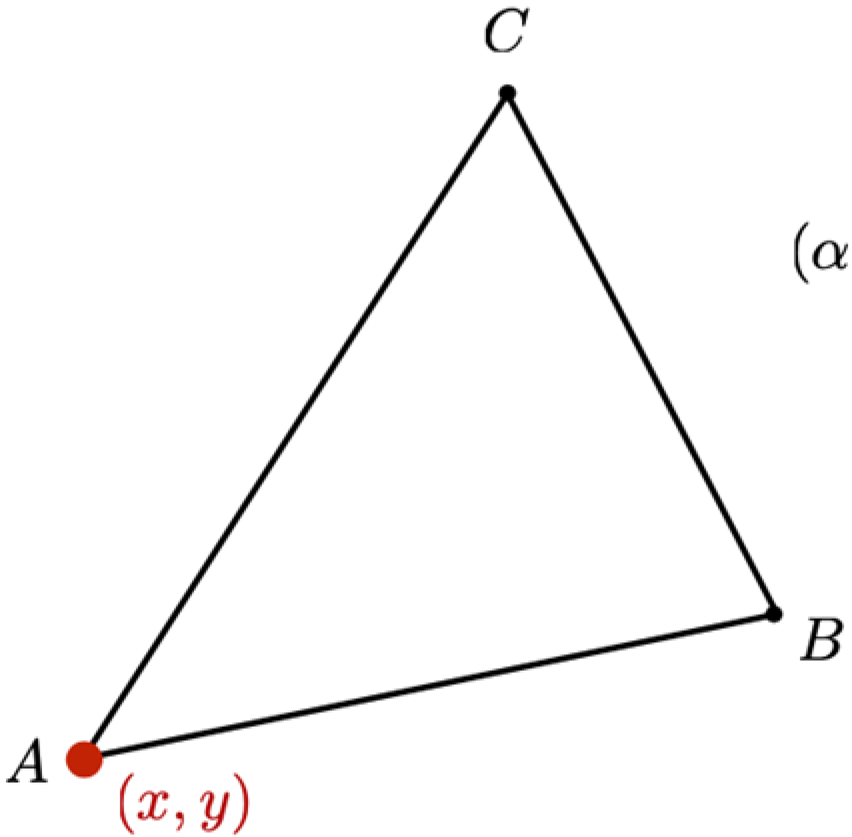


$$(x, y) = \alpha\, A + \beta\, B + \gamma\, C$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

Insper

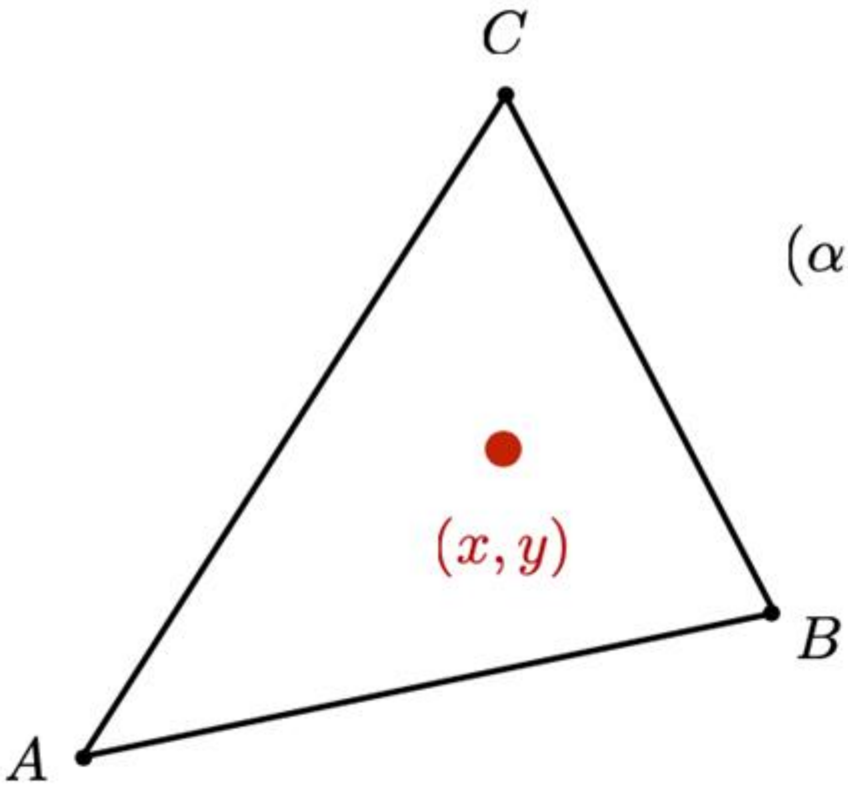
Coordenadas Baricêntricas - Exemplo



$$\begin{aligned}(\alpha, \beta, \gamma) &= (1, 0, 0) \\ (x, y) &= \alpha A + \beta B + \gamma C \\ &= A\end{aligned}$$

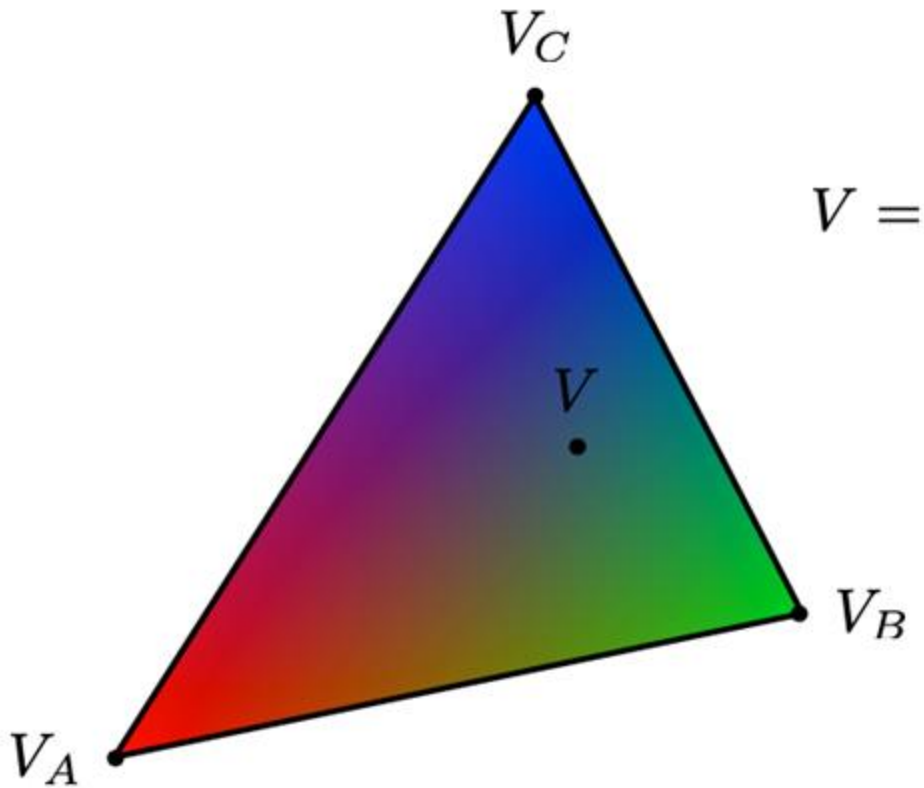
Insper

Coordenadas Baricêntricas - Exemplo



$$(\alpha, \beta, \gamma) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$$
$$(x, y) = \frac{1}{3}A + \frac{1}{3}B + \frac{1}{3}C$$

Interpolação Linear Pelo Triângulo



$$V = \alpha V_A + \beta V_B + \gamma V_C$$

V_A, V_B, V_C podem ser posições, coordenadas de textura, cores, vetores normais, atributos de materiais ...

Insper

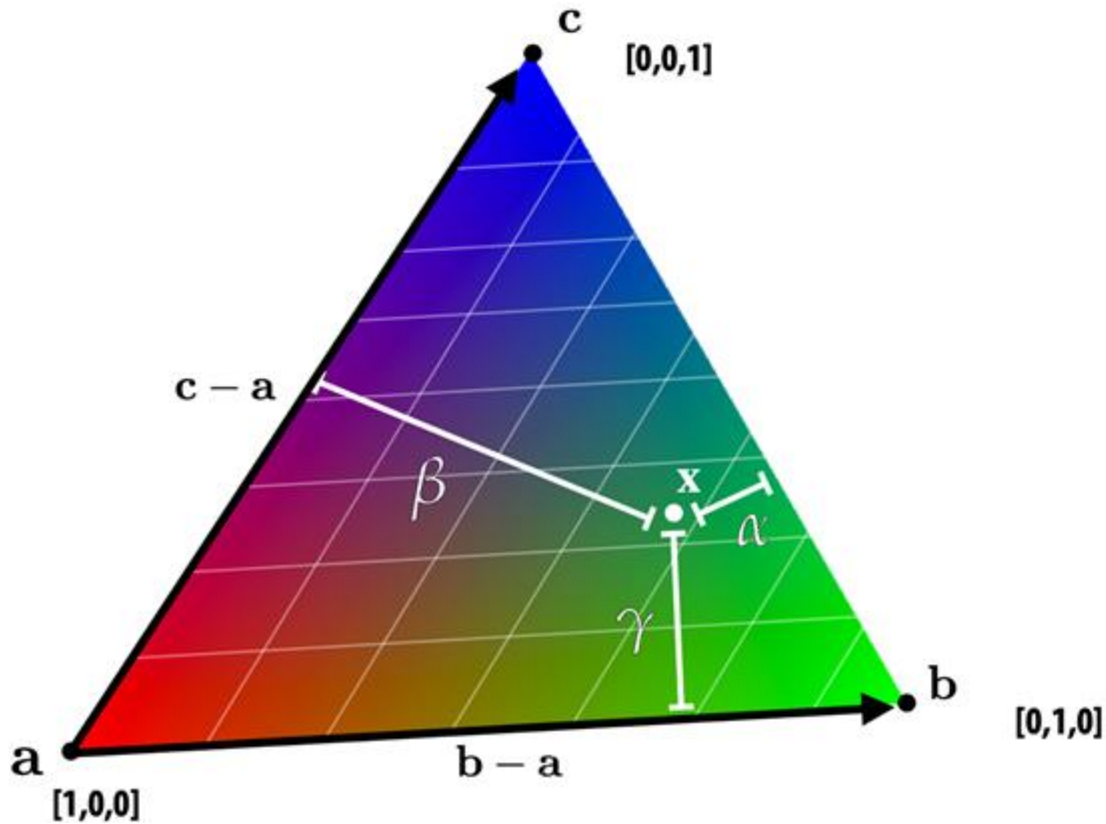
Propostas de cálculos das coordenadas

Ponto de vista geométrico de:

- distâncias proporcionais
- áreas proporcionais

Coordenadas Baricêntricas (1ª opção)

Ponto de vista geométrico de distâncias proporcionais

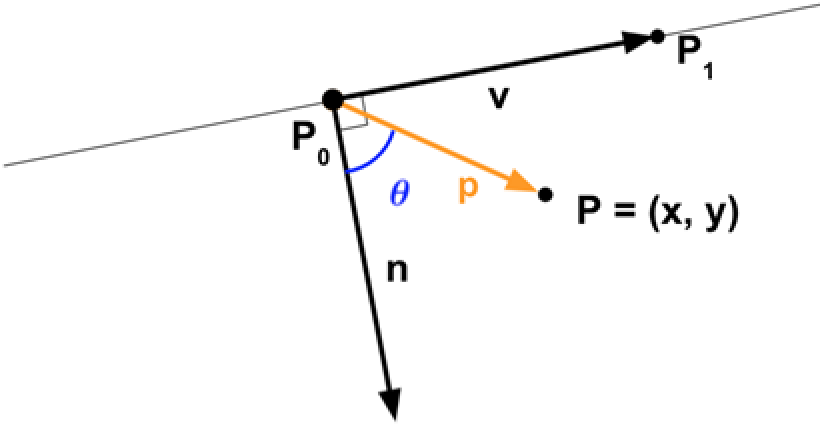


Lembrando: Equação da Reta

$$L(x, y) = p \bullet n = (x - x_0\,;\, y - y_0) \bullet (y_1 - y_0\,;\, -(x_1 - x_0))$$

$$= (x - x_0)(y_1 - y_0) - (y - y_0)(x_1 - x_0)$$

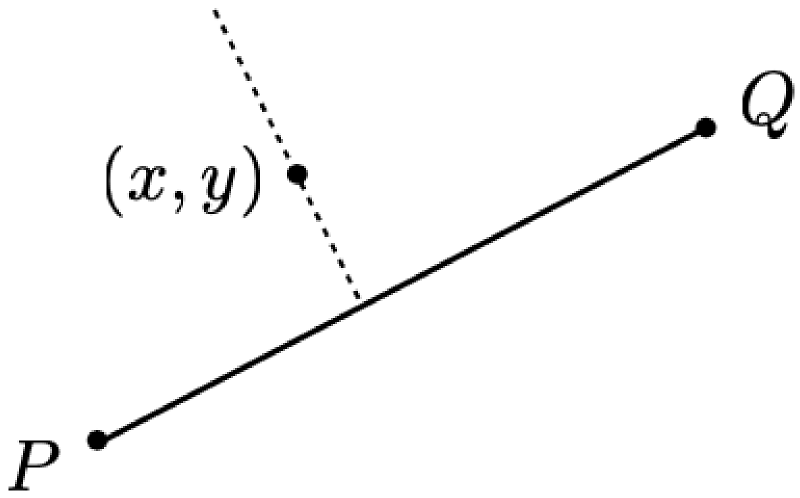
$$= (y_1 - y_0)x - (x_1 - x_0)y + y_0(x_1 - x_0) - x_0(y_1 - y_0)$$



Calculando as Coordenadas Baricêntricas

$L_{PQ}(x, y)$ é a distância do ponto (x,y) até a linha PQ.

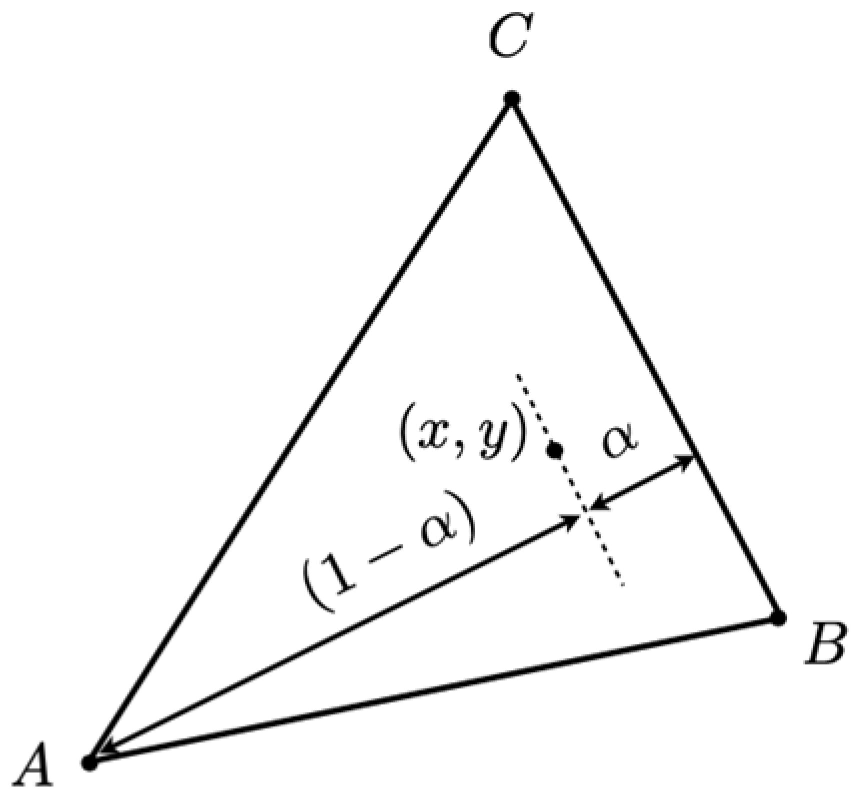
$$L_{PQ}(x, y) = (y_1 - y_0)x - (x_1 - x_0)y + y_0(x_1 - x_0) - x_0(y_1 - y_0)$$



Obs: Cuidado com os sinais, lembre-se de que nas coordenadas da tela o Y aponta para baixo então seus cálculos podem ficar com valores invertidos.

Coordenadas Baricêntricas

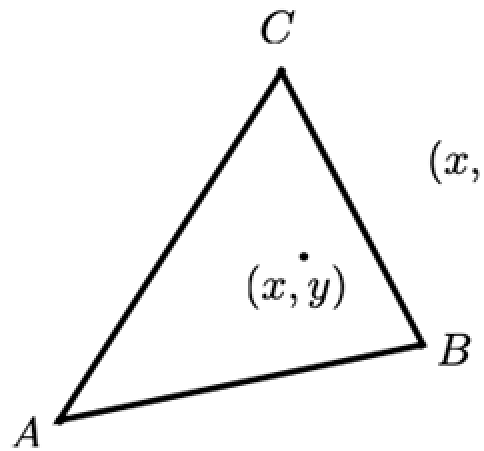
Ponto de vista geométrico – distâncias proporcionais



$$\alpha = \frac{L_{BC}(x, y)}{L_{BC}(x_A, y_A)}$$

Construções similares para as outras coordenadas

Fórmulas das Coordenadas Baricêntricas



$$(x, y) = \alpha A + \beta B + \gamma C$$

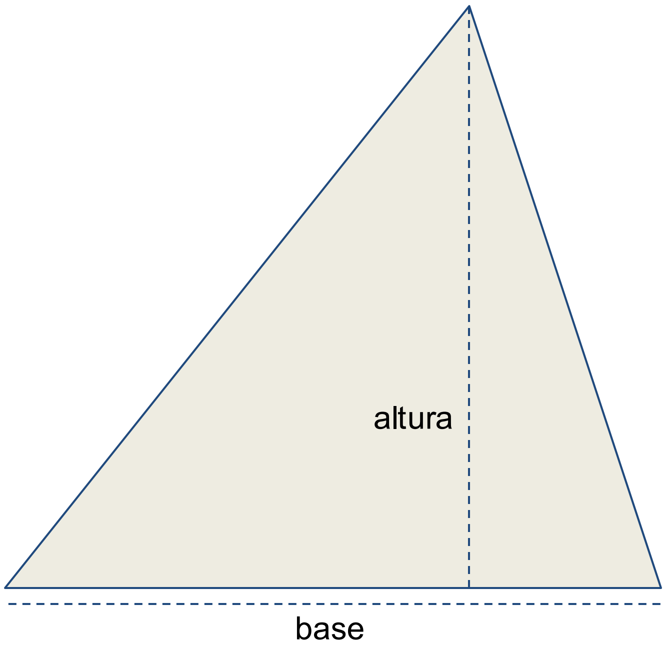
$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

$$\alpha = \frac{-(x - x_B)(y_C - y_B) + (y - y_B)(x_C - x_B)}{-(x_A - x_B)(y_C - y_B) + (y_A - y_B)(x_C - x_B)}$$

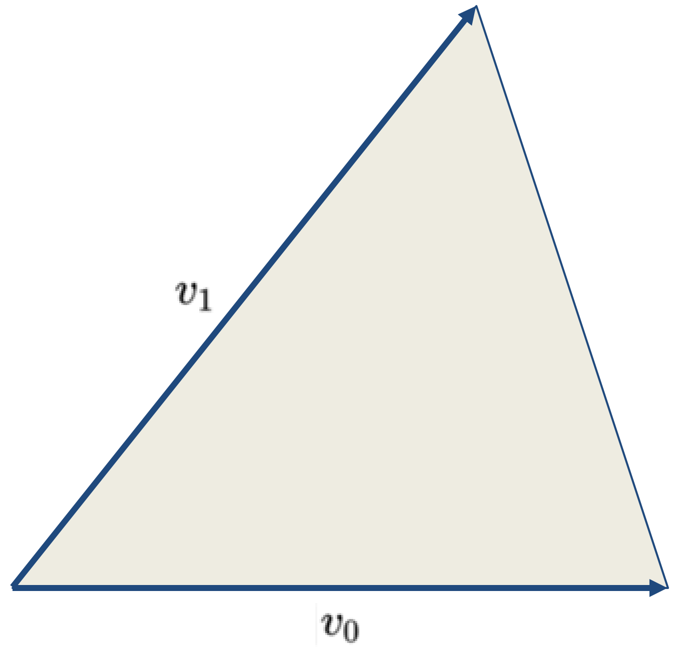
$$\beta = \frac{-(x - x_C)(y_A - y_C) + (y - y_C)(x_A - x_C)}{-(x_B - x_C)(y_A - y_C) + (y_B - y_C)(x_A - x_C)}$$

$$\gamma = 1 - \alpha - \beta$$

Relembrando Área de um triângulo



$$\text{area} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

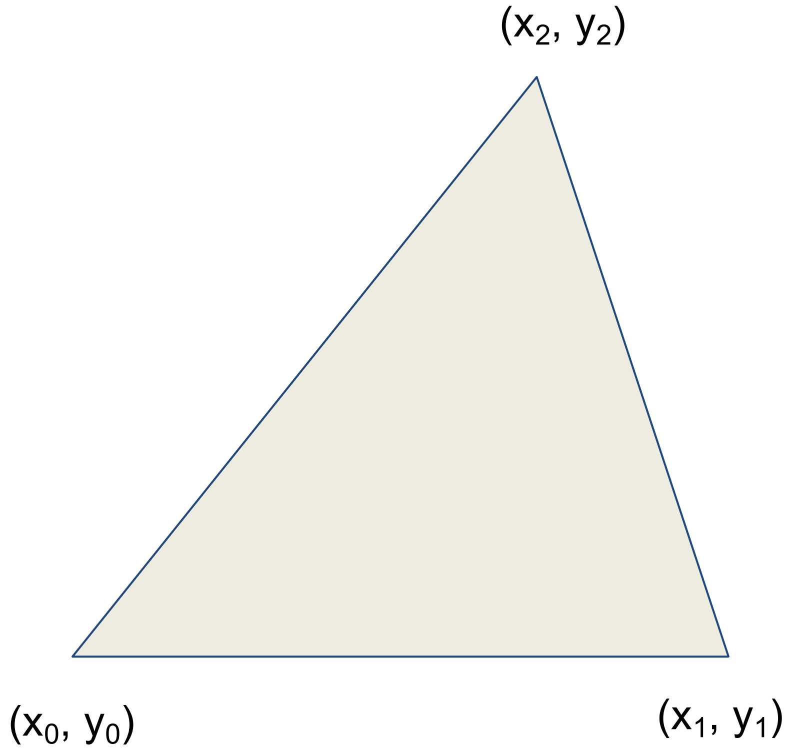


$$\text{area} = \frac{\|v_0 \times v_1\|}{2}$$

Insper

Relembrando Área do Triângulo

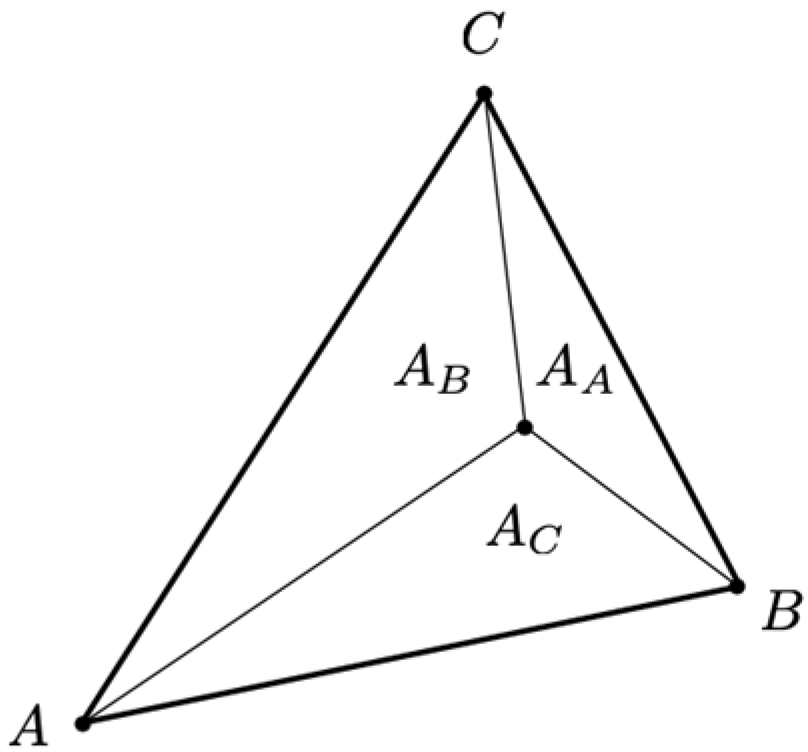
Area = $|x_0(y_1-y_2) + x_1(y_2-y_0) + x_2(y_0-y_1)| / 2$



Insper

Coordenadas Baricêntricas (2ª opção)

Ponto de vista geométrico de áreas proporcionais



$$\alpha = \frac{A_A}{A_A + A_B + A_C}$$

$$\beta = \frac{A_B}{A_A + A_B + A_C}$$

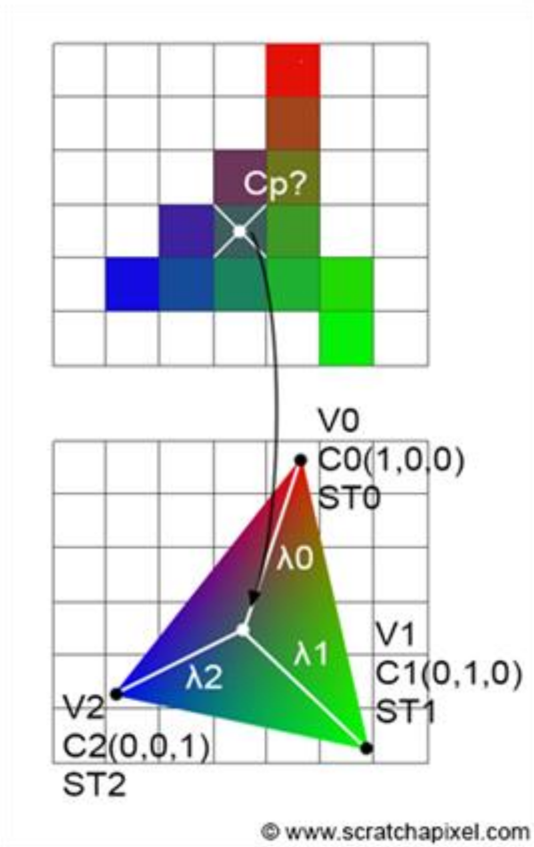
$$\gamma = \frac{A_C}{A_A + A_B + A_C}$$

Obs: Essa abordagem tem vantagens se você já estiver usando produtos vetoriais nos seus cálculos.

Insper

Processo de Rasterização

- O triângulo é projetado na tela, ou seja, os vértices do triângulo são convertidos do espaço da câmera (3D) para o espaço da tela (2D).
- Se um pixel se encontra dentro do triângulo, as coordenadas baricêntricas desse pixel são calculadas para interpolar os valores dos vértices e identificar o valor do pixel.



Insper

ATIVIDADE:

Acesse o notebook no site da disciplina.

Crie uma cópia para você e realize todos os exercícios.

Voltamos em 30 minutos?

Insper

Computação Gráfica

Luciano Soares
<lpsoares@insper.edu.br>

Fabio Orfali
<fabioO1@insper.edu.br>