|  |  |
| --- | --- |
| Computação Gráfica |  |

AULA 5 – ATIVIDADE: Quatérnios

**Para as atividades abaixo, recomendamos que use alguma ferramenta como o Excel, Google Sheets, Python Notebook, ou similares.**

Quatérnios possuem vários usos, porém aqui vamos nos concentrar nos recursos de realizar rotações no espaço 3D. A construção matemática do quatérnio é em geral expressa da seguinte forma:



Podemos calcular o comprimento de um quatérnio com a seguinte fórmula:

![{"font":{"color":"#000000","size":24,"family":"Arial"},"type":"lalign*","backgroundColorModified":false,"id":"3","code":"\\begin{lalign*}\n&{\\left|q\\right|={\\sqrt[]{q\\,\\bar{q}}}=\\,{\\sqrt[]{q_{i}^{2}+q_{j}^{2}+q_{k}^{2}+q_{r}^{2}}}}\t\n\\end{lalign*}","backgroundColor":"#FFFFFF","aid":null,"ts":1630338747118,"cs":"WY0jjogGVvEJxkUqQBMgUg==","size":{"width":537.5,"height":68}}]()

A multiplicação de quatérnios é um recurso que permite fazer as operações de rotação. Uma das formas de fazer essa opção é por um processo distributivo:



Outra forma é usando os recursos de multiplicação escalar e vetorial:



Não se esqueça que a ordem da multiplicação é importante, e o cuidado que você deve ter é na multiplicação dos imaginários. Assim siga sempre a seguinte regra:



Rotações podem ser calculadas no espaço 3D pelas matrizes de rotação, que usam coordenadas de Euler diretamente. Como visto em aula, essas matrizes têm suas limitações:

  

Uma alternativa é através de quatérnios. Para isso se pode criar o quatérnio de rotação com a seguinte fórmula:



Existem duas formas de aplicar a rotação por quatérnios, uma é multiplicando o vetor que se deseja rotacionar pelo quatérnio e depois pelo seu conjugado:



A outra forma é colocar os valores do quatérnio em uma matriz e então multiplicar o vetor. A matriz de rotação usando quatérnios usa a seguinte construção:



Vamos verificar se os quatérnios funcionam mesmo.

a) Assuma um ponto (0, 1, 0), faça uma rotação por Z de 45° usando a matriz de rotação por coordenadas de Euler e depois por quatérnios, verifique se os resultados coincidem.

b) Continue a rotação do ponto acima, porém agora além da rotação em Z, faça também uma rotação de 45° em X.

c) Continue mais uma vez a rotação do ponto, agora com mais uma rotação em Y de 45°.